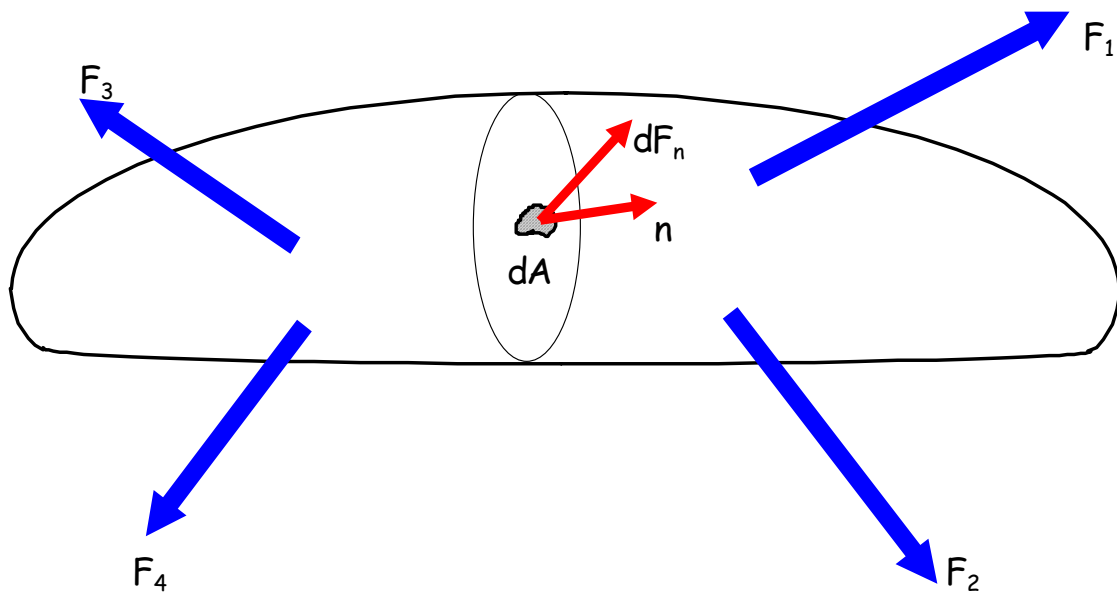


Capítulo II - TENSÕES ATUANTES E MECANISMOS DE FALHA DE VASOS DE PRESSÃO E TUBULAÇÕES

1 - DEFINIÇÃO DE TENSÕES

Considere um corpo genérico submetido a um conjunto de forças externas, conforme esquematizado abaixo. Ao realizarmos um corte em sua seção transversal, surgirão forças internas que agem no corpo equilibrando estes esforços externos aplicados. Tomando-se um elemento infinitesimal de área dA na superfície da seção cortada, é possível definir uma resultante das forças agindo nessa área como um vetor dF_n .

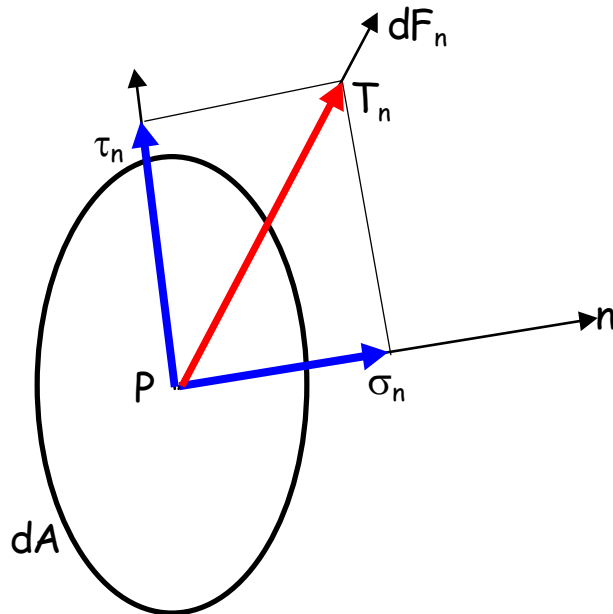


- *Definição de Tensão*

Definindo-se o vetor n normal à área dA , pode-se calcular a resultante de tensão T_n , como abaixo :

$$T_n = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF_n}{dA} \quad (1)$$

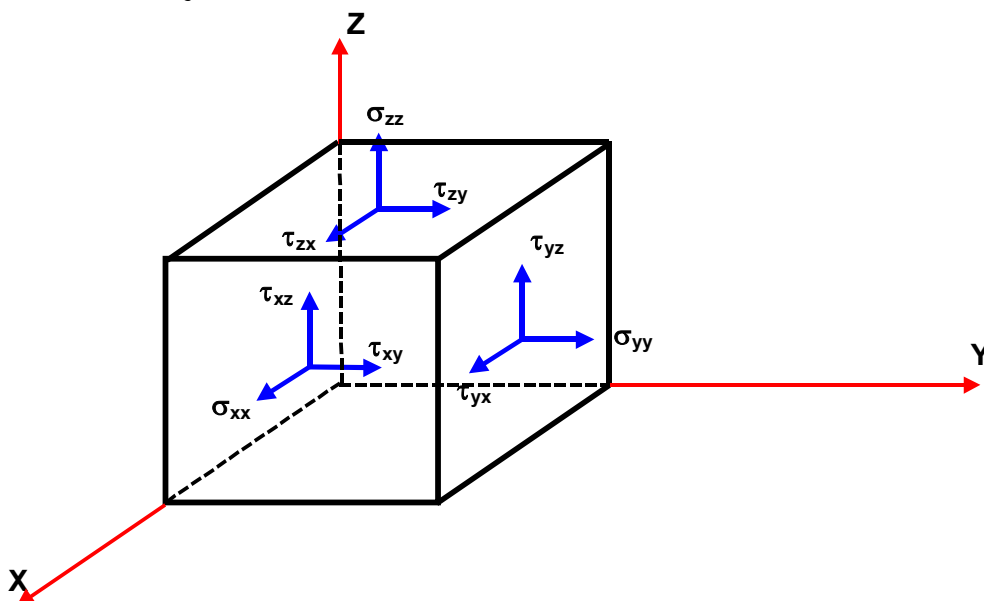
Esta tensão atuante na área dA pode ser decomposta nas direções normal e tangencial resultando nas parcelas σ_n (normal) e τ_n (cisalhante).



- Componentes normal e cisalhante da tensão em um ponto

A magnitude das tensões normais e cisalhantes originadas em um plano proveniente da seção transversal do corpo genérico é função do ângulo que essa seção faz com a resultante das forças internas. Pode-se imaginar portanto uma condição em que a resultante das tensões na área infinitesimal descrita esteja paralela ao vetor normal desta área. Para essa situação a tensão cisalhante é nula.

A direção que corresponde a uma tensão cisalhante nula é dita como uma direção principal, onde apenas o esforço normal representa os esforços internos atuando na seção. Considerando um cubo genérico representado pela figura abaixo, podemos definir as componentes de seção atuando nas diversas faces do cubo.



- Componentes de tensão nas faces de um cubo infinitesimal

As componentes de tensão podem ser descritas conforme a matriz abaixo.

$$\sigma_{ij} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{Bmatrix}$$

Por equilíbrio demonstra-se que as componentes $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{xz} = \tau_{zx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, o que reduz o sistema a 6(seis) componentes para sua total determinação.

Considerando agora um cubo orientado de forma que as tensões normais às suas faces sejam paralelas ao vetor normal, teremos um sistema representado por 3(três) componentes, conforme abaixo.

$$\sigma_{ij} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{Bmatrix}$$

Neste caso as componentes são denominadas de tensões principais e as normais às faces do cubo representam os planos mutuamente perpendiculares associados a um estado de tensões que indicam as direções principais. Por convenção $\sigma_{11} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{33}$.

Considerando-se as componentes cartesianas da tensão resultante T_n , obtêm-se as seguintes expressões :

$$T_{nx} = \sigma_{xx} \cdot \cos(n,x) + \tau_{yx} \cdot \cos(n,y) + \tau_{zx} \cdot \cos(n,z) \quad (2)$$

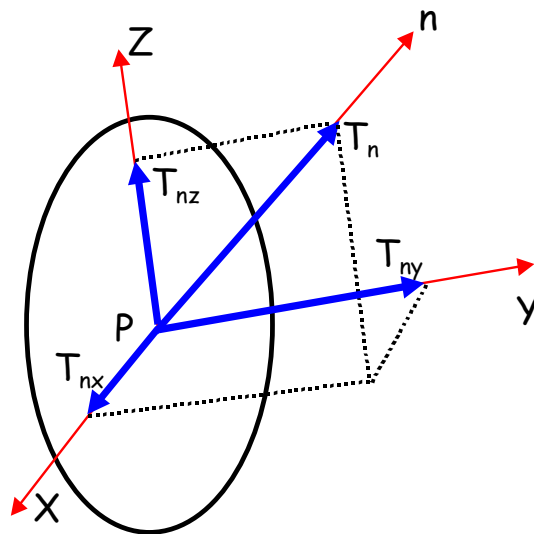
$$T_{ny} = \tau_{xy} \cdot \cos(n,x) + \sigma_{yy} \cdot \cos(n,y) + \tau_{zy} \cdot \cos(n,z)$$

$$T_{nz} = \tau_{xz} \cdot \cos(n,x) + \tau_{yz} \cdot \cos(n,y) + \sigma_{zz} \cdot \cos(n,z)$$

$$\text{Onde } |T_n| = \sqrt{T_{nx}^2 + T_{ny}^2 + T_{nz}^2} \quad (3)$$

Os 3(três) cosenos diretores que definem a direção da resultante de tensão T_n podem ser escritos como :

$$\cos(n,x) = \frac{T_{nx}}{|T_n|} \quad \cos(n,y) = \frac{T_{ny}}{|T_n|} \quad \cos(n,z) = \frac{T_{nz}}{|T_n|} \quad (4)$$



- Plano principal

As tensões normais σ_n e cisalhante τ_n que atuam no plano em consideração podem ser obtidas por :

$$\sigma_n = |T_n| \cdot \cos(T_n, n) \quad \tau_n = |T_n| \cdot \text{sen}(T_n, n) \quad (5)$$

Baseando-se nos planos correspondentes às direções principais, conforme figura abaixo, podemos calcular as componentes cartesianas do vetor T_n .

$$T_{nx} = \sigma_n \cdot \cos(n, x) = \sigma_{xx} \cdot \cos(n, x) + \tau_{yx} \cdot \cos(n, y) + \tau_{zx} \cdot \cos(n, z) \quad (6)$$

$$T_{ny} = \sigma_n \cdot \cos(n, y) = \tau_{xy} \cdot \cos(n, x) + \sigma_{yy} \cdot \cos(n, y) + \tau_{zy} \cdot \cos(n, z)$$

$$T_{nz} = \sigma_n \cdot \cos(n, z) = \tau_{xz} \cdot \cos(n, x) + \tau_{yz} \cdot \cos(n, y) + \sigma_{zz} \cdot \cos(n, z)$$

Substituindo-se as equações (5) em (6), temos :

$$(\sigma_{xx} - \sigma_n) \cdot \cos(n, x) + \tau_{yx} \cdot \cos(n, y) + \tau_{zx} \cdot \cos(n, z) = 0 \quad (7)$$

$$\tau_{xy} \cdot \cos(n, x) + (\sigma_{yy} - \sigma_n) \cdot \cos(n, y) + \tau_{zy} \cdot \cos(n, z) = 0$$

$$\tau_{xz} \cdot \cos(n, x) + \tau_{yz} \cdot \cos(n, y) + (\sigma_{zz} - \sigma_n) \cdot \cos(n, z) = 0$$

Esse sistema de equações admite solução não trivial se o determinante da matriz for nulo.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_n & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_n & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_n \end{Bmatrix} = 0$$

Obtêm-se as seguintes expressões :

$$\sigma_n^3 - I_1 \cdot \sigma_n^2 - I_2 \cdot \sigma_n - I_3 = 0 \quad (8)$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (9)$$

$$I_2 = \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 - \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} - \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} - \sigma_{xx} \cdot \sigma_{zz}$$

$$I_3 = \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} - \sigma_{xx} \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_{yy} \cdot \tau_{zx}^2 - \sigma_{zz} \cdot \tau_{xy}^2 - 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx}$$

Denomina-se I_1 , I_2 e I_3 como invariantes de tensão. As raízes da equação acima são as tensões principais σ_{11} , σ_{22} e σ_{33} .

Os invariantes podem ser escritos como função das tensões principais, como abaixo.

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (10)$$

$$I_2 = -(\sigma_{11} \cdot \sigma_{22} + \sigma_{22} \cdot \sigma_{33} + \sigma_{11} \cdot \sigma_{33})$$

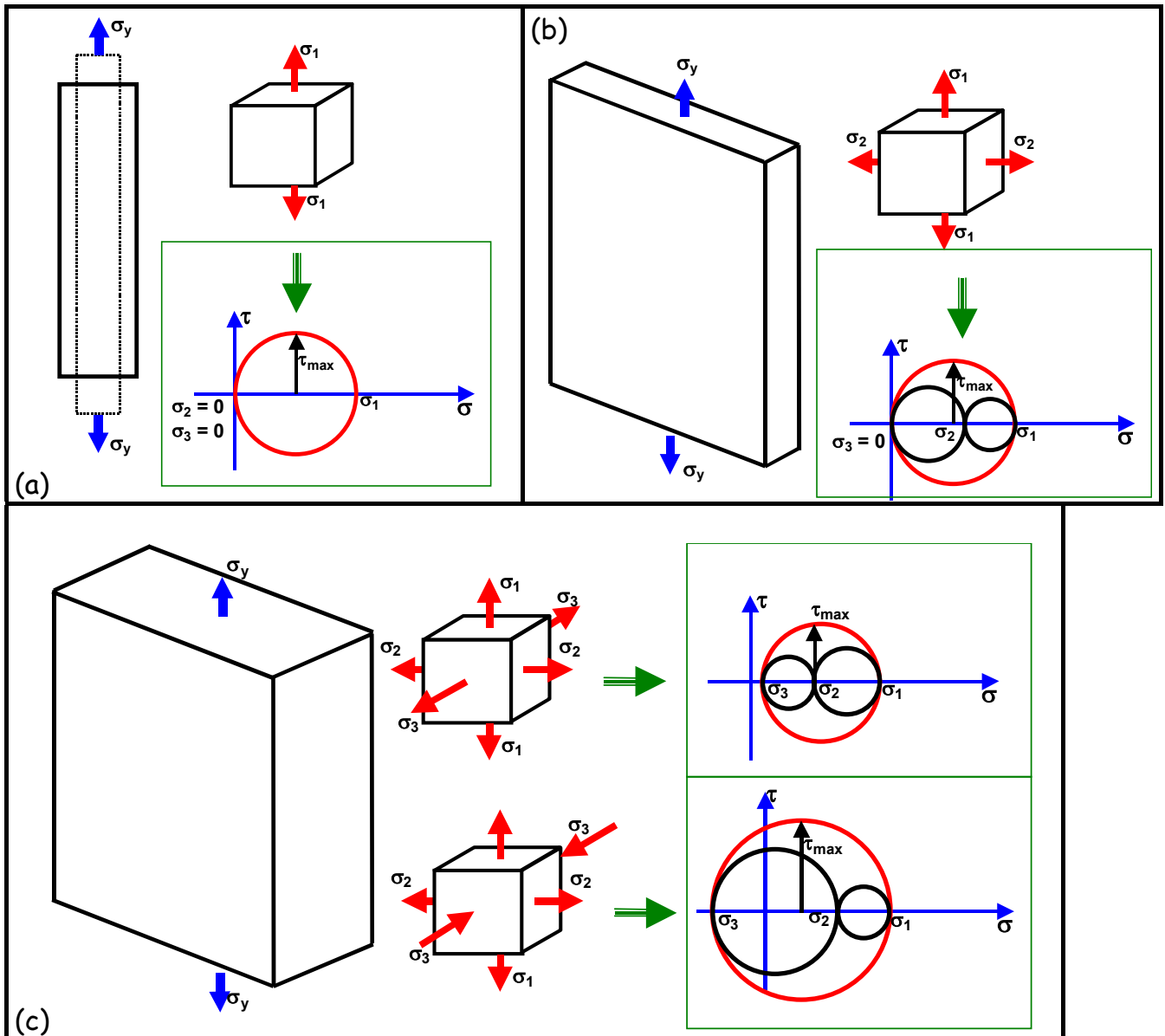
$$I_3 = \sigma_{11} \cdot \sigma_{22} \cdot \sigma_{33}$$

Os invariantes não dependem do sistema de coordenadas adotado como referência, bem como as tensões principais que são únicas para um dado estado de tensões num ponto.

2 - ESTADOS DE TENSÕES

Alguns estados de tensões são especialmente importantes para análises de estruturas, pois representam o seu comportamento aproximado e simplificado sendo adequados para a grande maioria dos problemas práticos.

Existem particulares estados de tensão que podem estar atuando em um componente, como os estados uniaxial, biaxial ou triaxial de tensões conforme figura 5.



- Diferentes estados de tensões. Uniaxial (a) / Biaxial ou tensão plana (b) / Triaxial ou deformação plana (c)

Outras condições importantes são caracterizadas pelas componentes abaixo.

$$\Rightarrow \quad \sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad - \text{Estado plano de tensões}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy}]$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{xx}]$$

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{1}{E} \cdot \nu \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{E} \cdot \tau_{xy}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad - \text{Estado plano de deformações}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \cdot \left[\sigma_{xx} - \frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_{yy} \right]$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \cdot \left[\sigma_{yy} - \frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_{xx} \right]$$

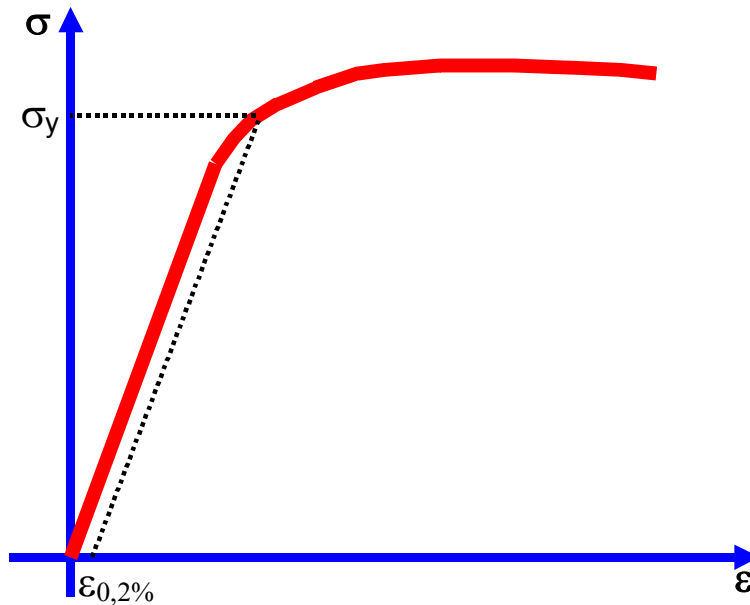
$$\varepsilon_{zz} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \cdot \left[\sigma_{yy} - \frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_{xx} \right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \left(1 + \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \tau_{xy} \right)$$

Observa-se que as equações para o estado plano de deformações são obtidas daquelas válidas para o estado plano de tensões, substituindo-se E por $E/(1-\nu^2)$ e ν por $\nu/(1-\nu)$.

3 - CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO

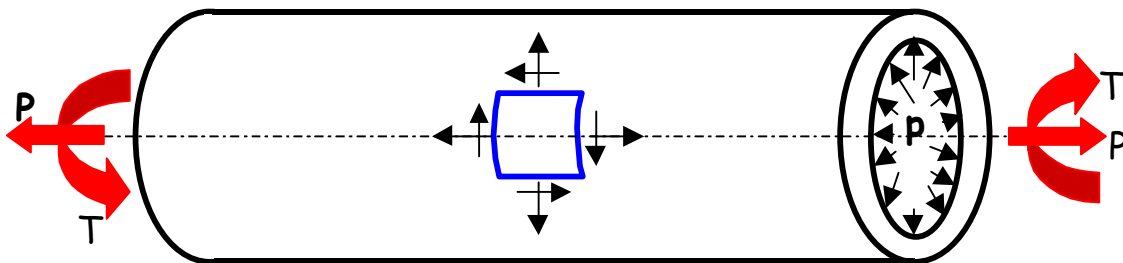
Em um ensaio de tração simples existe um ponto determinado no diagrama tensão x deformação em que o material inicia a se deformar plasticamente. Nesse caso a tensão é uniaxial.



- Curva de tensão x deformação convencional

A ocorrência de um estado triaxial de tensões acarreta um comportamento de material diferente do obtido anteriormente. Existe portanto a necessidade de traduzir um estado de tensões complexo em um valor "equivalente" que poderia ser comparado com as propriedades do material determinadas no ensaio de tração. A essa equivalência denomina-se "Critério de Escoamento".

Considere como exemplo o cilindro de parede fina que está submetido a um esforço de tração P , um momento de torção T e uma pressão interna p .



- Combinação de tensões em um cilindro de parede fina

Pela variação de pressão, força axial e momento de torção é possível obter várias combinações de tensões, que resultam em diferentes direções principais. Como determinar se uma combinação de carregamentos qualquer gera plastificação no cilindro?

Supondo um campo elástico de tensões, imediatamente antes do início da plastificação, é válida a Lei de Hooke relacionando linearmente tensões e deformações. Assim, para qualquer combinação de carregamentos, é possível expressar matematicamente a condição crítica em termos de componentes de tensão.

$$f(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) = 0 \quad (11)$$

Como visto anteriormente, independentes da orientação do sistema coordenado x,y,z um campo de tensões pode ser representado pelos seus invariantes. Dessa forma, a equação (11) transforma-se em.

$$f(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (12)$$

Os critérios de escoamento são representações da equação (12) acima de acordo com diversas teorias de plastificação. Serão apresentados 3(três) Critérios de Escoamento: Teoria da Tensão Máxima ou Critério de Rankine, Teoria da Tensão Cisalhante Máxima ou Critério de Tresca e a Teoria de Energia de Distorção ou Critério de Von Mises.

Teoria da Tensão Máxima ou Critério de Rankine

O critério estabelece que o material falhará quando a maior tensão atuante atingir o escoamento. Para um material com os mesmos limites de escoamento à tração e à compressão, temos :

$$\sigma_1 > \sigma_2 \rightarrow \sigma_1 = \pm \sigma_y$$

Teoria de Tensão Cisalhante Máxima ou Critério de Tresca

Esta teoria assume que o escoamento vai ocorrer quando a máxima tensão cisalhante em um material, submetido a uma combinação qualquer de cargas, atingir a metade da tensão de escoamento do material.

$$\tau_{\text{máx}} = \sigma_y/2$$

Utilizando-se o Círculo de Mohr verifica-se que $\tau_{\text{máx}}$ pode ser dado por $\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$, para um estado biaxial de tensões. Generalizando temos que : $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_y$

Teoria da Energia de Distorção ou Critério de Von Mises

Segundo este critério o estado limite para o escoamento ocorre quando a energia de distorção se iguala a energia de distorção quando do escoamento do material em um ensaio de tração uniaxial. A energia de distorção é dada pela equação abaixo.

$$U_d = \frac{J_2}{2.G}$$

Onde : $G = E/2(1+\nu)$ - módulo de cisalhamento.

I_2 - invariante de tensões

O invariante de tensões pode ser expresso da seguinte forma.

$$I_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6.(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)] \text{ ou}$$

$$I_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

Na condição de tração uniaxial, temos.

$$\sigma_1 = \sigma_y \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$I_2 = \sigma_y^2 / 3$$

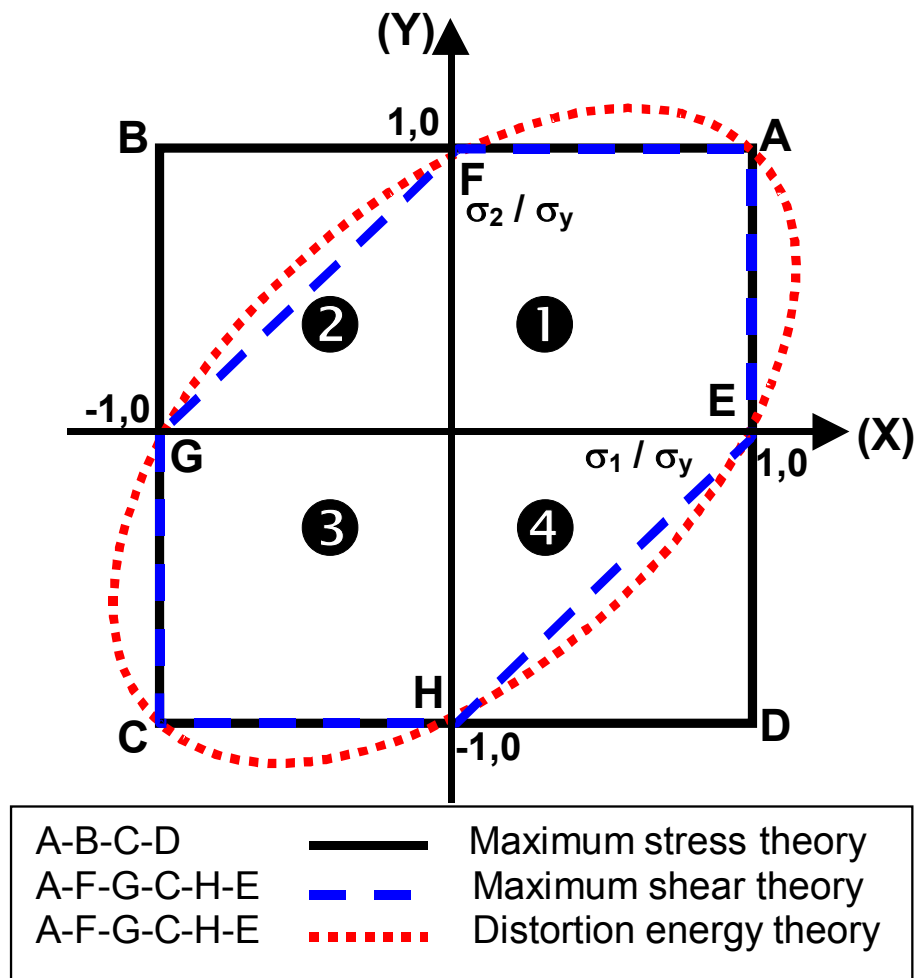
Portanto o Critério de Von Mises pode ser escrito como.

$$\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] = \frac{\sigma_y^2}{3}$$

Para um estado biaxial de tensões : $\sigma_1^2 - \sigma_1.\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_y^2$

Esta equação representa uma elipse de Von Mises no plano $\sigma_1\sigma_2$

A representação da curvas de escoamento para o caso do estado de tensões biaxial é conforme abaixo.



- Superfícies de escoamento

Comparando-se as superfícies de escoamento de Von Mises e Tresca, temos uma diferença máxima de 15%.

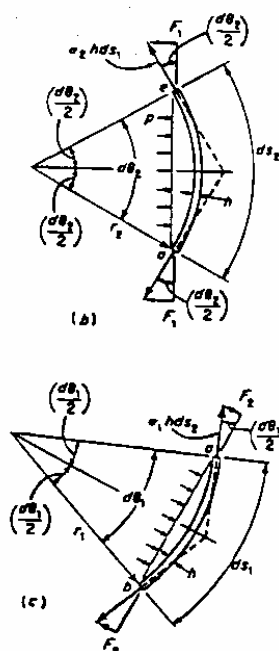
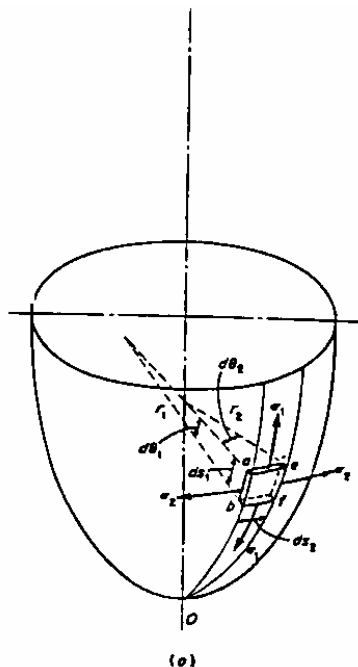
4 - TENSÕES GENERALIZADAS E LOCALIZADAS

Uma casca pode ser definida como um componente estrutural com duas dimensões sensivelmente maiores que uma terceira (espessura), podendo ter uma curvatura em uma ou duas direções. Se não há curvatura este componente estrutural é chamado de placa.

Os vasos de pressão com espessuras bastante inferior as suas demais dimensões, oferecem pouca resistência a momentos fletores perpendiculares a sua superfície e é comum, para o seu dimensionamento, que sejam considerados como membranas. As tensões calculadas, desprezando-se as tensões de flexão são denominadas tensões de membrana.

Cascas finas (membranas) tentarão equilibrar as forças ou carregamentos a que estão sujeitas somente por tensões de tração (ou compressão). É até desejável que sejam pouco resistentes às tensões de flexão, pois isto permitirá que o vaso de deforme rapidamente sem o surgimento de altas tensões de flexão nas discontinuidades.

Tensões de membrana são tensões médias de tração (ou compressão) atuando ao longo da espessura do vaso e tangencialmente a sua superfície.



Seja :

σ_1 - tensão longitudinal ou meridional;

σ_2 - tensão circunferencial;

h - espessura de parede;

dS_1 - dimensão do elemento na direção meridional;

dS_2 - dimensão do elemento na direção circunferencial;

r_1 - raio de curvatura meridional;

r_2 - raio de curvatura circunferencial;

p - pressão interna.

- Casca Axisimétrica

As forças atuando nas superfícies laterais do elemento :

$$\sigma_2 \cdot h \cdot dS_1 \quad e \quad \sigma_1 \cdot h \cdot dS_2$$

Somatório dos componentes dessas forças na direção normal ao elemento.

$$2F_1 = 2\sigma_2 \cdot h \cdot dS_1 \cdot \text{sen}(d\theta_2 / 2) = \sigma_2 \cdot h \cdot dS_1 \cdot (dS_2 / r_2)$$

$$2F_2 = 2\sigma_1 \cdot h \cdot dS_2 \cdot \text{sen}(d\theta_1 / 2) = \sigma_1 \cdot h \cdot dS_2 \cdot (dS_1 / r_1)$$

A força devido a pressão atuando normalmente ao elemento é : $F = p \cdot dS_1 \cdot dS_2$

Da igualdade resulta :

$$(\sigma_1 / r_1) \cdot h \cdot dS_2 \cdot dS_1 + (\sigma_2 / r_2) \cdot h \cdot dS_2 \cdot dS_1 = p \cdot dS_2 \cdot dS_1$$

$$(\sigma_1 / r_1) + (\sigma_2 / r_2) = (p / h)$$

Exemplos de aplicação :

- Cilindro submetido a pressão interna (p)

$$\text{Temos :} \quad r_1 = \infty \quad r_2 = R$$

$$(\sigma_1 / \infty) + (\sigma_2 / R) = (p / h) \quad \rightarrow \sigma_2 = p \cdot R / h$$

$$\sigma_1 \cdot (2 \cdot \pi \cdot R \cdot h) = p \cdot \pi \cdot R^2 \quad \rightarrow \sigma_1 = p \cdot R / (2 \cdot h)$$

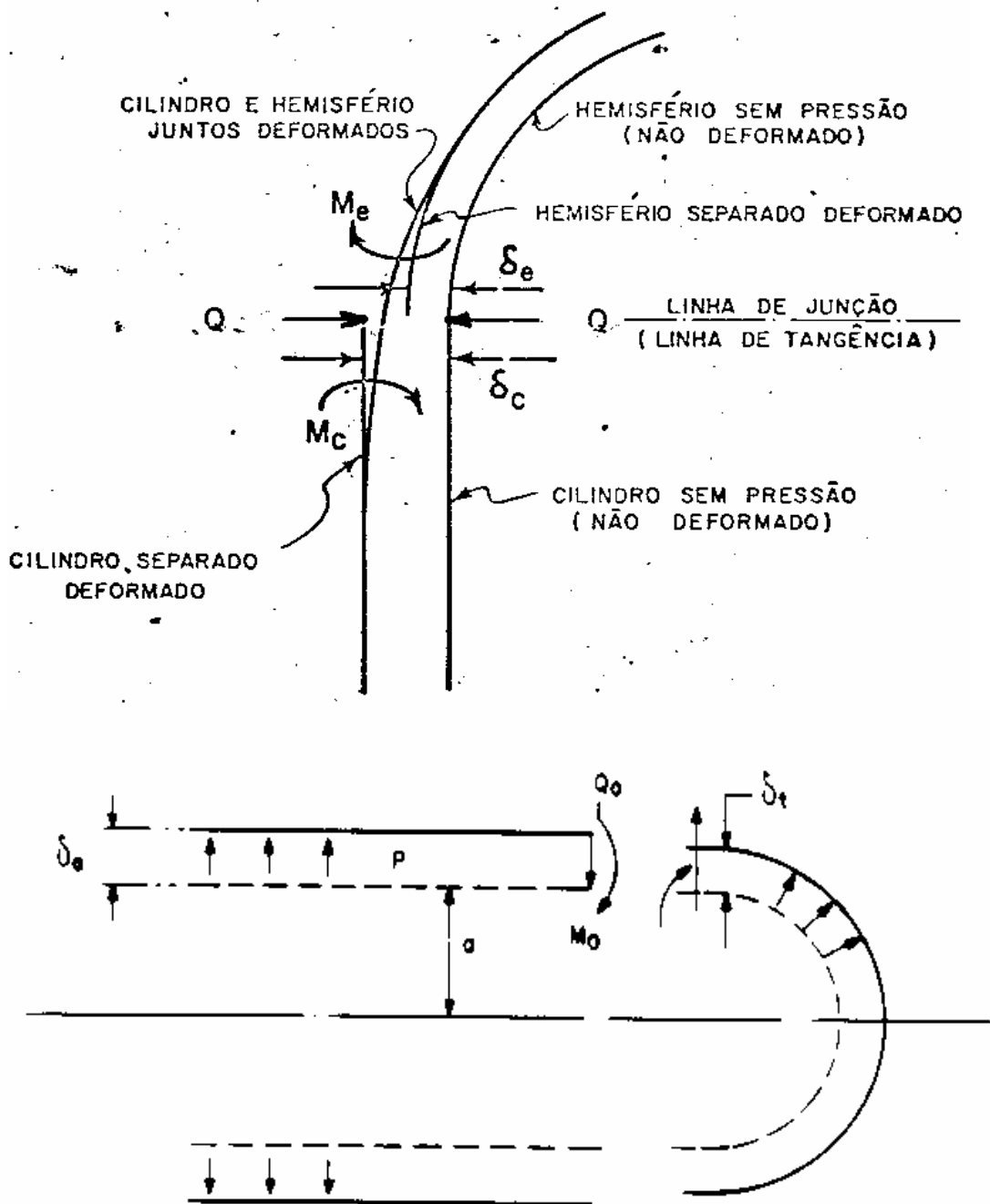
- Esfera submetido a pressão interna

$$\text{Temos :} \quad r_1 = r_2 = R$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = p \cdot R / (2 \cdot h)$$

Assim as equações para dimensionamento de componentes de parede fina submetidos a pressão interna utiliza a teoria de cascas e tensões de membrana.

É sabido que podem ocorrer elevadas tensões nas descontinuidades nos vasos de pressão, mas regras de projeto e de fabricação desta divisão foram estabelecidas de modo a limitar tais tensões a um nível seguro consistente com a experiência adquirida. Em regiões de descontinuidade geométrica existe uma diferença entre a rigidez dos componentes, o que se reflete na ocorrência de tensões de flexão localizadas.



- Tensões em Descontinuidades Geométricas

Calculando a expansão no tampo e costado devido ao carregamento de pressão interna, temos:

$$\text{No casco cilíndrico : } \sigma_1 = p.a / (2.h) \qquad \sigma_2 = p.a / h$$

$$\varepsilon_2 = (1 / E).[p.a / h - \nu.p.a / (2.h)] = [p.a / (E.h)].(1 - \nu / 2)$$

$$\delta_C = \varepsilon_2.a = [p.a^2 / (E.h)].(1 - \nu / 2)$$

$$\text{Para } \nu = 0,3 \rightarrow \delta_C = 0,85.p.a^2 / (E.h)$$

$$\text{No casco esférico : } \sigma_1 = \sigma_2 = p.a / (2.h)$$

$$\varepsilon_2 = (1 / E).[p.a / (2.h) - \nu.p.a / (2.h)] = [p.a / (2.E.h)].(1 - \nu)$$

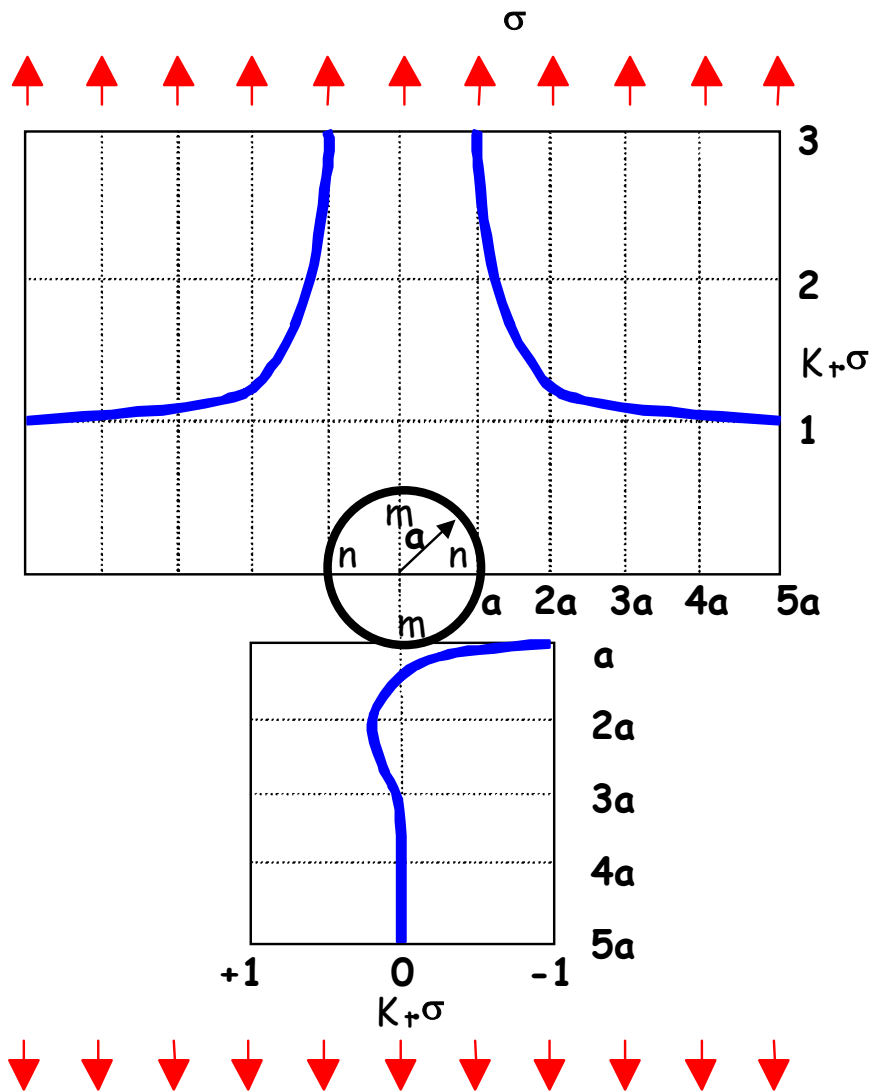
$$\delta_T = \varepsilon_2.a = [p.a^2 / (2.E.h)].(1 - \nu)$$

$$\text{Para } \nu = 0,3 \rightarrow \delta_T = 0,35.p.a^2 / (E.h)$$

Verifica-se que a esfera irá expandir menos da metade do valor correspondente à expansão do costado cilíndrico. Isso na verdade não ocorre pois existe a continuidade da casca. As tensões de flexão geradas para manter a continuidade da casca são tensões auto-limitantes pela deformação (tensões secundárias), com predominância da parcela de flexão local próxima ao ponto de ligação entre as diferentes geometrias.

5 - TENSÕES GERADAS EM ABERTURAS

Quando um furo circular é realizado em uma chapa infinita, sujeita a uma tensão uniaxial σ , uma elevada concentração de tensões ocorre próxima ao furo.



- Distribuição de Tensões em um Furo

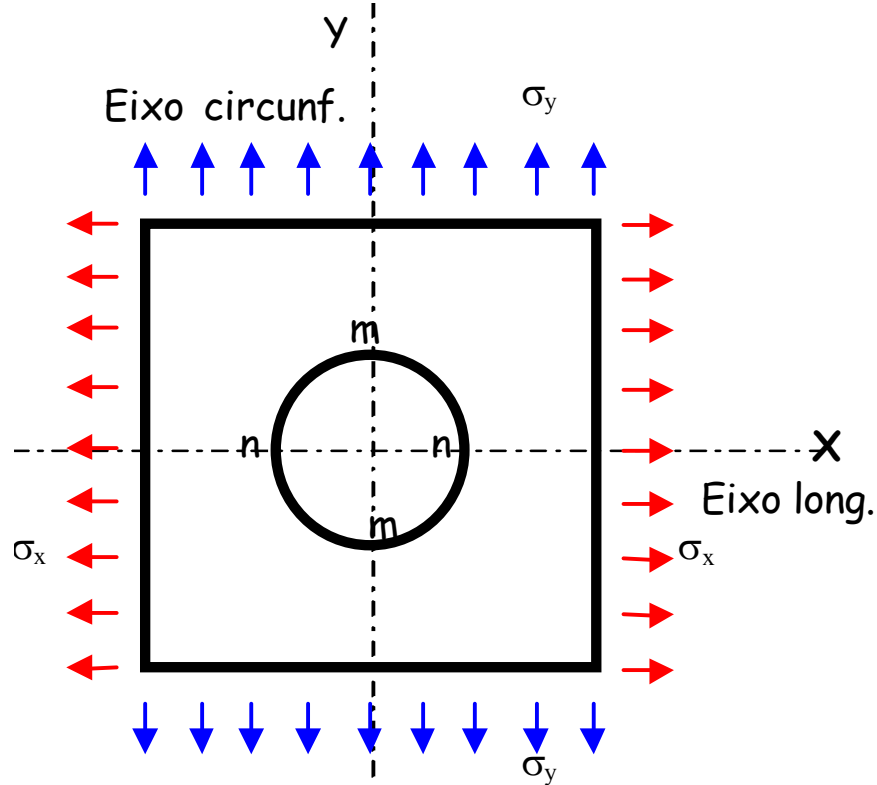
O valor desta tensão é máximo quando $a = r$, na seção $n-n$, e $\theta = 90^\circ$

$$K_t \cdot \sigma = (\sigma / 2) \cdot (2 + a^2 / r^2 + 3 \cdot a^4 / r^4) = 3 \cdot \sigma$$

Pode-se observar que o efeito do furo é rapidamente atenuado e que na seção $m-m$ surge uma tensão de compressão igual a $-\sigma$.

O valor de concentração de tensões causados por um furo circular num cilindro ou esfera sujeito a pressão interna ou externa pode ser obtido por superposição de efeitos, a partir das considerações anteriores.

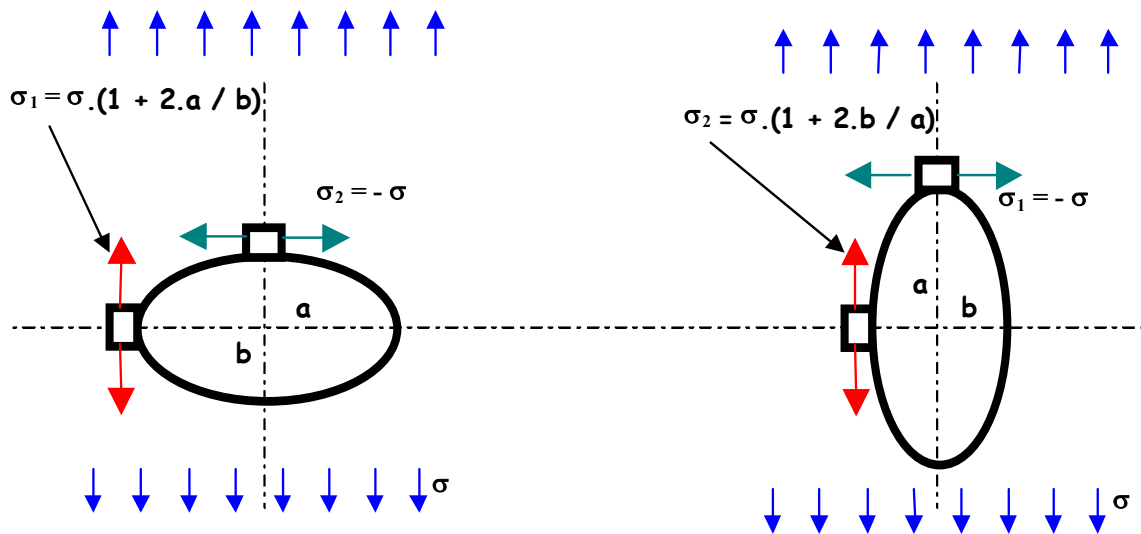
No caso de um cilindro, a tensão circunferencial é o dobro da longitudinal. Desse modo, a tensão máxima na seção n-n será : $3.\sigma_y - \sigma_x = 2,5.\sigma_y$



- Furo em um Estado Biaxial de Tensões

No caso de uma esfera, onde as tensões circunferencial e longitudinal tem o mesmo valor, temos: $3.\sigma_y - \sigma_x = 2.\sigma_y$

As aberturas circulares são as mais comumente utilizadas nos vasos de pressão, mas ocasionalmente aberturas elípticas são utilizadas.



- Furos não Circulares

Quando o eixo maior é perpendicular a direção da tensão aplicada, a tensão máxima ocorrerá na extremidade do eixo maior e será : $\sigma_1 = \sigma.(1 + 2.a / b)$

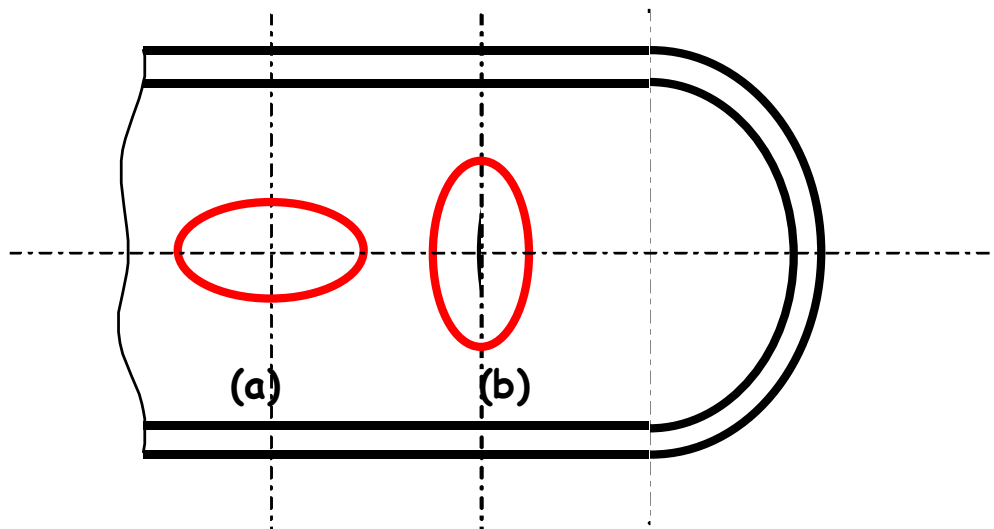
Na extremidade do eixo menor, temos : $\sigma_2 = -\sigma$

Quando a tensão σ é paralela ao eixo maior, a tensão na extremidade do eixo menor é dada por : $\sigma_2 = \sigma.(1 + 2.b / a)$

Na extremidade do eixo maior, temos : $\sigma_1 = -\sigma$

Isto mostra que trincas paralelas à direção da tensão aplicada tem menos tendência à propagação que trincas perpendiculares à direção da tensão.

Do mesmo modo que foi feito anteriormente podemos, por superposição de efeitos, calcular os valores das tensões junto a aberturas elípticas em cascos cilíndricos ou esféricos. Deste modo, para a abertura "a", da figura abaixo, temos :



- Orientação de Furos não Circulares

$$\sigma_1 = \sigma.(1 + 2.a / b) - \sigma / 2$$

$$\sigma_1 = \sigma.(1 / 2 + 2.a / b)$$

$$\text{Se } a = b \quad \rightarrow \quad \sigma_1 = 2,5.\sigma$$

Esta observação mostra que, em cascos cilíndricos, aberturas elípticas devem ser feitas sempre com o eixo menor perpendicular a tensão circunferencial.

Os dois requisitos básicos necessários ao material que é colocado como reforço junto a aberturas num vaso de pressão são :

- 1 - Deverá ser suficiente para compensar o enfraquecimento da parede do vaso provocado pela abertura;
- 2 - Deverá ser colocado dentro de determinados limites, a partir da extremidade da abertura, para minimizar o efeito de concentração de tensões.

Para verificar os limites de reforço, utiliza-se a distribuição de tensões junto a um furo circular num casco cilíndrico, sujeito a pressão interna.

$$\sigma_1 = (\sigma / 2).(1 + a^2 / r^2) - (\sigma / 2).(1 + 3.a^4 / r^4).\cos(2\theta) \quad [\theta = \pi / 2] +$$

$$+ (\sigma / 2).(1 + a^2 / r^2) - (\sigma / 2).(1 + 3.a^4 / r^4).\cos(2\theta) \quad [\theta = 0]$$

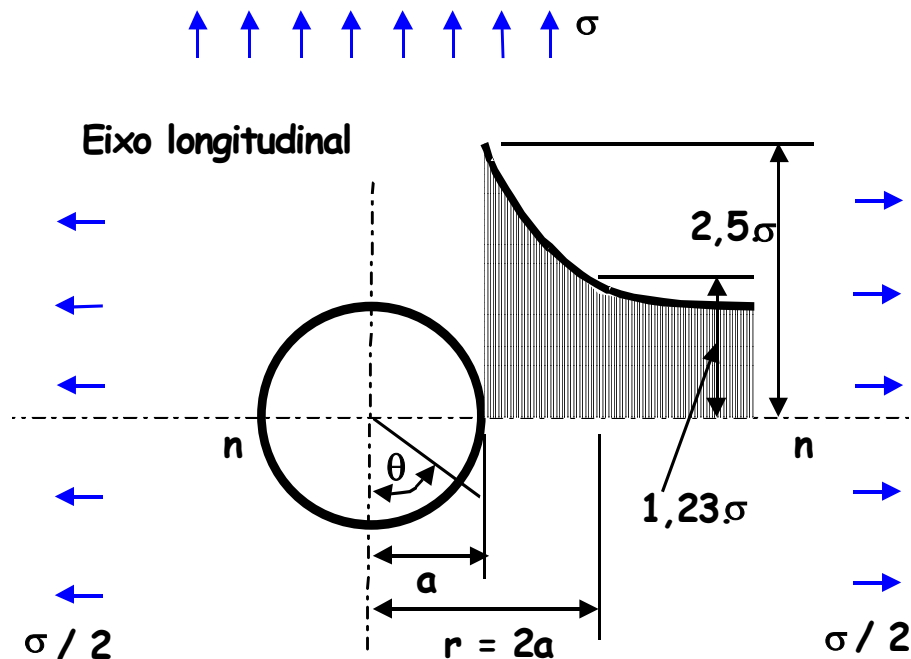
$$\sigma_1 = (\sigma / 4).(4 + 3.a^2 / r^2 + 3.a^4 / r^4)$$

Esta tensão decresce rapidamente junto ao furo, quando :

$$r = a \rightarrow \sigma_1 = 2,5.\sigma$$

$$r = 2a \rightarrow \sigma_1 = 1,23.\sigma$$

Por este motivo, uma distância da extremidade da abertura igual ao seu raio é usualmente adotada como limite de colocação de reforço na superfície do vaso.



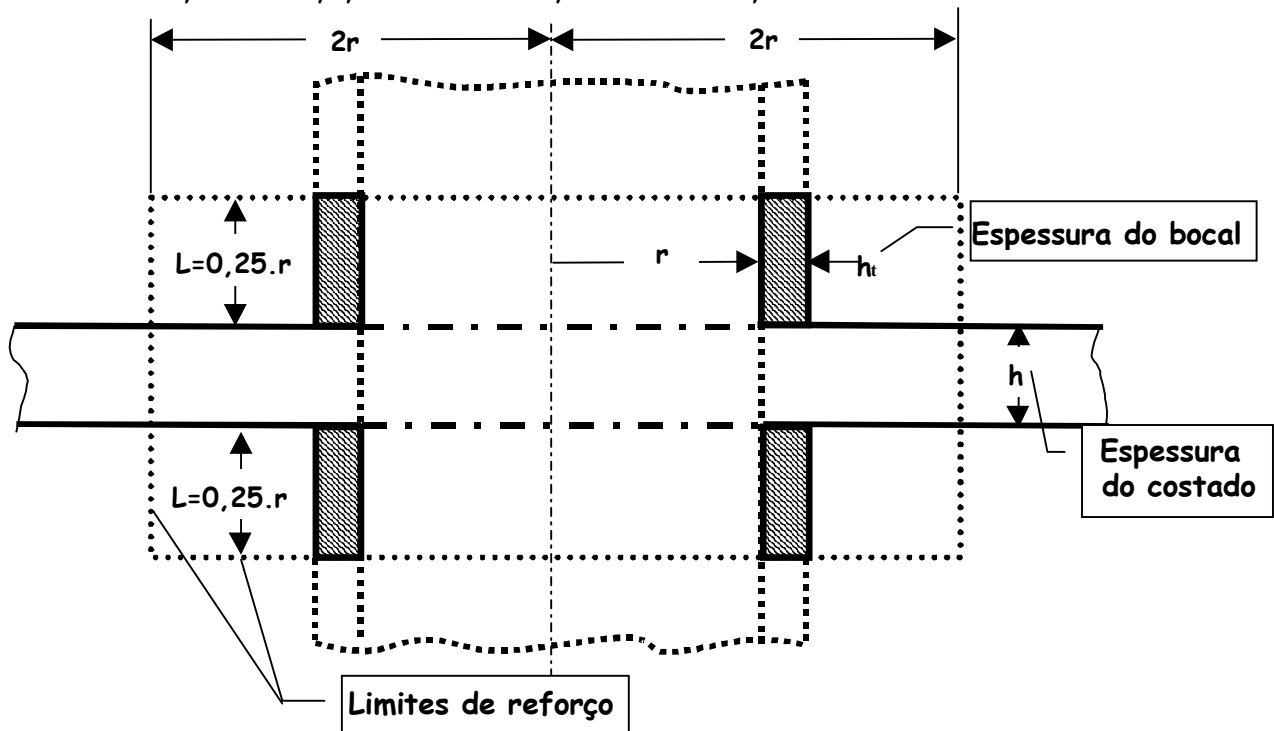
- Limites de Reforço Paralelos à Parede do Equipamento

O limite de reforço na direção perpendicular a parede do vaso pode ser estimado a partir de características da deflexão do bocal ou reforço, que pode ser estimado por :

$$L = 1 / \beta$$

$$\text{Onde : } \beta = [3.(1 - \nu^2)]^{1/4} / [r.h]^{1/2}$$

Para $h / r = 0,1$ e $\nu = 0,3$, temos : $L = 0,25.r$ ou $L = 2,5.h$



- Limites de Reforço Perpendiculares à Parede do Equipamento.

6 - CLASSIFICAÇÃO DE TENSÕES

Os códigos de projeto, geralmente, classificam as tensões em 3(três) categorias com características diferentes :

A - Tensões primárias :

São as tensões necessárias para satisfazer as leis de equilíbrio da estrutura, desenvolvidas pela ação de carregamentos impostos. Sua principal característica é de que não é auto-limitante, ou seja, enquanto o carregamento estiver sendo aplicado a tensão continua atuando não sendo aliviada por deformações da estrutura. Como exemplo temos as tensões de membrana circunferenciais e longitudinais em vasos cilíndricos submetidos ao carregamento de pressão interna.

As tensões primárias podem ser de membrana ou de flexão. A tensão de membrana é a componente da tensão primária constante através de toda a espessura da parede do vaso. As tensões de flexão são resultantes da flexão das paredes do equipamento, e são variáveis através da espessura, sendo proporcionais a distância do ponto em que estão sendo analisadas ao centróide da seção considerada.

Exemplos de tensões primárias são a tensão geral de membrana num casco cilíndrico sob a ação de pressão interna ou as tensões de flexão no centro de um tampo plano também causadas pela pressão interna.

As tensões primárias de membrana são classificadas em tensões gerais de membrana, caso estejam atuando em todo o equipamento, e em tensões locais de membrana, caso estejam atuando numa parte limitada do equipamento. Uma tensão pode ser considerada como local se a distância na direção meridional, na qual a intensidade de tensões ultrapassa $1,1.S_m$ não excede $(R.t)^{1/2}$. Um exemplo é a tensão de membrana no casco de um vaso causada por força ou momento num bocal.

B - Tensões secundárias :

São as tensões desenvolvidas por restrições a deformações e compatibilidade de deslocamentos em pontos de descontinuidades. A característica básica desse tipo de tensão é sua capacidade de auto-limitação pela deformação. Como exemplo temos tensões devido à dilatação térmica restrita ou tensões residuais de soldagem.

C - Tensões de pico :

São tensões extremamente localizadas que causam deformações e distorções reduzidas podendo contribuir exclusivamente para fenômenos cíclicos e para intensificação de tensões para efeitos de fratura frágil.

Linearização de Tensões

Essa classificação acima descrita permite a separação entre tensões que podem estar atuando em um determinado ponto da estrutura, mas que possuem efeitos diferentes sobre a mesma. Podemos identificar a preocupação com as tensões primárias em relação ao colapso plástico da estrutura, enquanto que as tensões secundárias tornam-se importantes pela capacidade de acúmulo de deformações.

Com esta separação é possível estabelecer tensões admissíveis diferentes para cada parcela projetando o componente de forma adequada. Estes conceitos serão também necessários para a avaliação de regiões na presença de defeitos, já que as tensões primárias e secundárias possuem efeitos distintos sobre a abertura do defeito. As tensões primárias e secundárias podem estar presentes como tensões de membrana e/ou flexão.

A tensão de membrana (P_m / Q_m) é a componente de tensão uniforme e igual ao valor médio da distribuição de tensões ao longo da seção. A tensão de flexão (P_b / Q_b) é a componente de tensão que varia através da seção transversal, correspondente à parcela linear da distribuição de tensões.

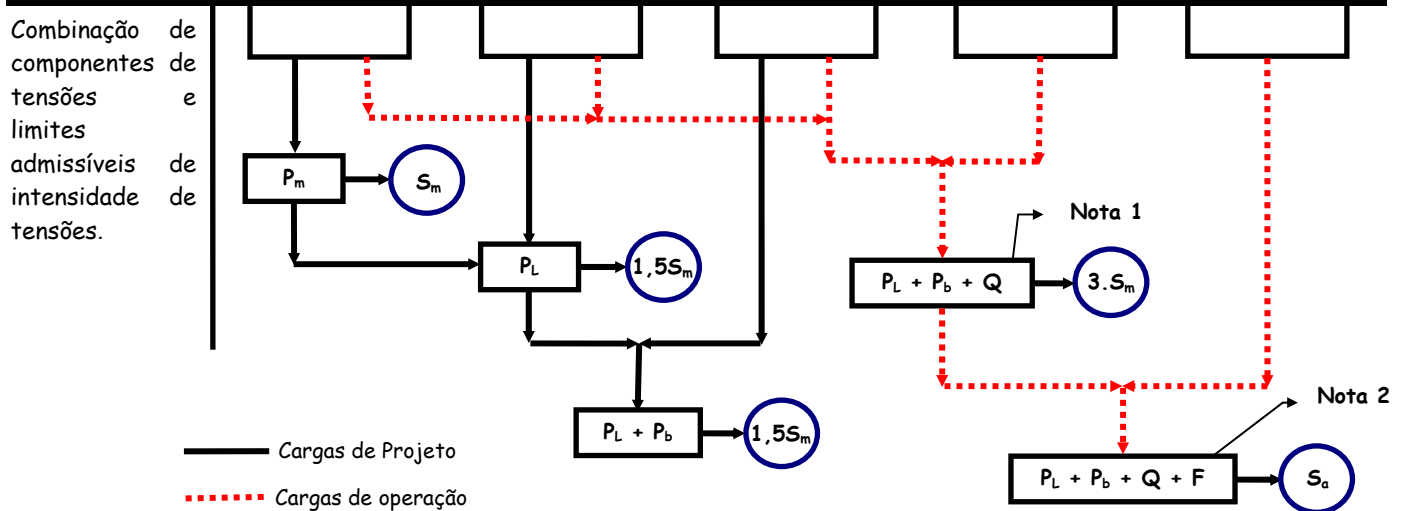
A identificação, classificação e separação das tensões atuantes é dependente do tipo de carregamento e geometria do componente. O código ASME Seç.VIII - Div.2 em seu Apêndice 4 possui uma tabela indicando a classificação de tensões recomendada. Para cada combinação de tensões atuantes existe uma tensão admissível, válida para o dimensionamento do componente.

A classificação de tensões tem o objetivo de tratar os resultados da análise elástica de elementos finitos de forma a obter-se uma separação adequada para comparação com os códigos de projeto (ASME Seç III e Seç VIII-Div.2). Para esta classificação alguns problemas são previstos e devem ser devidamente abordados para que não hajam erros de interpretação destes resultados.

COMPONENTE	LOCALIZAÇÃO	ORIGEM DA TENSÃO	TIPO DE TENSÃO	
Costado cilíndrico ou esférico	Chapa do costado, remoto de descontinuidades	Pressão interna	Membrana geral Gradiente ao longo da espessura	P_m Q
		Gradiente térmico axial	Membrana Flexão	Q Q
	Junção com tampo ou flange	Pressão interna	Membrana Flexão	P_L Q
Qualquer costado ou tampo	Qualquer seção transversal do costado	Momento ou carga externa ou pressão interna	Membrana geral ao longo da seção. Componente de tensão perpendicular à seção transversal	P_m
		Momento ou carga externa	Membrana geral ao longo da seção. Componente de tensão perpendicular à seção transversal	P_m
	Próximo a bocal ou outra abertura	Momento ou carga externa ou pressão interna	Membrana local Flexão Pico	P_L Q F
	Qualquer localização	Diferença de temperatura entre costado e tampo	Membrana Flexão	Q Q
Tampo conformado ou cônico	Centro	Pressão interna	Membrana Flexão	P_m P_b
	Junção com o costado e toro	Pressão interna	Membrana Flexão	P_L Q
Tampo plano	Região central	Pressão interna	Membrana Flexão	P_m P_b
	Junção com o costado	Pressão interna	Membrana Flexão	P_L Q
Tampo ou costado perfurado	Ligamento típico em um padrão uniforme	Pressão	Membrana Flexão Pico	P_m P_b F
	Ligamento atípico ou isolado	Pressão	Membrana Flexão Pico	Q F F
Bocal	Seção transversal perpendicular ao eixo do bocal	Momento ou carga externa ou pressão interna	Membrana geral. Componente de tensão perpendicular à seção.	P_m
		Momento ou carga externa	Flexão através da seção do bocal	P_m
	Parede do pescoço	Pressão interna	Membrana geral Membrana local Flexão Pico	P_m P_L Q F
		Expansão diferencial	Membrana Flexão Pico	Q Q F
Clad	Qualquer	Expansão diferencial	Membrana Flexão	F F
Qualquer	Qualquer	Distribuição de temperatura radial	Tensão linear equivalente Distribuição não linear de tensões	Q F
Qualquer	Qualquer	Qualquer	Concentração de tensões	F

- Classificação de tensões - conf. Tabela 4-120.1 - ASME Seq. VIII - Div.2 - Apêndice 4

Categoria de Tensões	Primaria			Membrana + Flexão Secundária	Pico
	Membrana Geral	Membrana Local	Flexão		
Descrição (Para exemplos, ver a Tabela 4-120.1)	Tensão primária média através da seção. Exclui descontinuidades e concentração de tensões. Produzida somente por cargas mecânicas.	Tensão média através qualquer seção. Considera descontinuidades mas não concentrações. Produzida somente por cargas mecânicas.	Componente das tensões primárias proporcional à distância para o centróide da seção. Exclui descontinuidades e concentrações. Produzida somente por cargas mecânicas.	Tensões auto-equilibradas necessárias para satisfazer a continuidade da estrutura. Ocorre em descontinuidades estruturais. Podem ser causadas por cargas mecânicas ou expansão térmica diferencial.	(1) Incremento às tensões primárias ou secundárias devido a uma concentração de tensões; (2) Certas tensões térmicas que podem causar fadiga mas não distorção de forma do vaso.
Símbolo (nota 3)	P_m	P_L	P_b	Q	F



GENERAL NOTES :

(a) The stresses in Category Q are those parts of the total stress which are produced by thermal gradients, structural discontinuities, etc.,. And not include primary stresses which may also exist at the same point. It should be noted, however, that a detailed stress analysis frequently gives the combination of primary and secondary stress directly and, when appropriate, this calculated value represents the total of P_m (or P_L) + P_b + Q and not Q alone. Similarly, if the stress Category F is produced by a stress concentration, the quantity F is additional stress produced by the notch, over and above the nominal stress. For example, if a plate has a nominal stress intensity S , and has a notch with a stress concentration factor, K , then $P_m = S$, $P_b = 0$, $Q = 0$, $F = P_m (K - 1)$ and the peak stress intensity equals $P_m + P_m (K - 1) = K.P_m$.

(b) The k factors are given in Table AD-150.1

NOTES :

(1) This limitation applies to the range of stress intensity. The quantity $3.S_m$ is defined as three times the average of the tabulated S_m values for the highest and lowest temperatures during the operating cycle. In determination of the maximum primary-plus-secondary stress intensity range, it may be necessary to consider the superposition of cycles of various origins that produce a total range greater than the range of any of the individual cycles. The value of $3.S_m$ may vary with the specific cycle, or combination of cycles, being considered since the temperature extremes may be different in each case. Therefore, care must be exercised to assure that the applicable value of $3.S_m$ for each cycle, and combination of cycles, is not exceeded except as permitted by 4-136.4.

(2) S_a is obtained from the fatigue curves, Figs.5-110.1, 5-110.2 and 5-110.3. The allowable stress intensity for the full range of fluctuation is $2.S_a$.

(3) The symbols P_m , P_L , P_b , Q and F do not represent single quantities, but rather sets of six quantities representing the six stress components σ_t , σ_l , σ_r , τ_{tb} , τ_{lr} , and τ_{rt} .

- Categorias de Tensões - conf. Fig.4-130.1 - ASME Sec.VIII - Div.2 - Apêndice 4

A correta classificação das tensões depende não apenas das tabelas orientativas que constam do código, mas também da experiência do projetista que deve analisar cada caso em função da geometria e carregamento envolvidos.

As tensões na parede do equipamento podem ser analisadas à partir de um método de separação. As parcelas de membrana, flexão e tensões de pico devem ser estimadas pela linearização da distribuição de tensões no componente.

Existem 3(três) possibilidades para classificação das tensões provenientes de um "output" de elementos finitos, quais sejam:

- a - tensões em um ponto;
- b - tensões em uma linha;
- c - tensões em um plano.

O método de classificação de tensões em um ponto utiliza o valor diretamente obtido da saída de resultados da análise de elementos finitos e é o método que apresenta maior facilidade de emprego. Como argumento contrário a utilização deste método é que normalmente apresenta resultados conservativos e não possibilita a separação em tensões de membrana e tensões de flexão, sendo aconselhado para obtenção dos níveis totais de tensões.

Este método analisa as tensões em diversos pontos da estrutura possibilitando apenas uma idéia da distribuição e nível das tensões atuantes, não sendo portanto, um método utilizado para comparações com as tensões admissíveis dos códigos de projeto.

O método (b), tensões em uma linha, estabelece uma linha de tensões na seção considerada para o estudo e parte da distribuição das tensões sobre esta linha para obtenção de tensões de membrana, flexão e total, separadas conforme exigido nos códigos de projeto. Para a classificação destas tensões existe a necessidade de uma linearização da distribuição real sobre a linha.

O método (c), tensões em um plano, possui uma semelhança com o método (b) partindo-se de uma distribuição de tensões no plano de referência escolhido e linearizando estas tensões para obter-se a classificação desejada. A análise deve obedecer, de uma forma geral, a seguinte ordem, para obtenção de valores cada vez menos conservativos:

Método (a) → Método (b) → Método (c) → Análise Plástica

Para o estudo de sólidos axisimétricos o método que melhores resultados apresenta é o que emprega a linha de tensões. A utilização desta linha de tensões leva aos seguintes questionamentos:

a - Uma linha de classificação das tensões deverá ser selecionada e esta linha deverá estar contida em uma região em que sejam esperadas tensões elevadas;

b - A orientação da linha de tensões deverá ser de forma a minimizar a presença de tensões cisalhantes que modificam as tensões nas direções principais. O conceito de "plano de flexão" obriga a uma linha a mais próxima possível da perpendicularidade as superfícies interna, externa e linha média da seção considerada;

c - Deverão ser definidas quais as tensões que serão linearizadas e que tipo de combinação para obter-se as "stress intensities";

d - Que tipo de linearização deverá ser feita para que a distribuição linearizada represente da melhor maneira possível as tensões reais da linha.

Para a solução destas questões podem ser utilizadas 6(seis) combinações possíveis de tensões linearizadas e orientações para a linha de tensões e seus efeitos sobre os resultados.

Preliminarmente deverá ser citado o fato de que as tensões não se comportam em uma casca como prevista na teoria dos códigos de projeto que supõe uma distribuição a partir de esforços aplicados em uma viga onde as tensões são lineares em um plano e o plano não se deforma.

Para o caso de cascas as tensões em um verdadeiro plano de flexão são lineares ou não lineares dependendo da concentração de tensões e/ou da presença de gradientes térmicos na espessura.

A obtenção de resultados de forma automatizada requer um estudo das diversas possibilidades de linearizações e orientações das linhas de tensões possibilitando que a intervenção subjetiva na escolha da linha seja reduzida ao mínimo.

Para a seleção de uma linha de tensões conveniente deve-se tentar relacionar uma série de fatores que indicam as prováveis localizações e orientações conforme a geometria, ponto de tensão máxima, tipo de carregamento, etc..

A localização de uma das linhas de tensões deve, sempre que possível, passar pelo ponto de "stress intensity" máxima que efetivamente corresponde a um lugar de análise obrigatória.

A orientação em relação a geometria da seção analisada se prende ao fato de que uma linha mais próxima do possível orientada perpendicularmente as superfícies interna, externa e média oferece as melhores condições para a escolha de um plano de flexão. Esta linha é a que reproduz as condições estabelecidas no código, portanto, a distribuição real sobre esta linha nas direções locais torna-se coincidente com as tensões nas direções principais.

Neste caso, a tensão cisalhante atuando no plano X-Y é nula ao longo da linha e a linearização dos componentes com posterior cálculo das "stress intensities" sobre a linha são idênticas as obtidas pela linearização das "stress intensities" calculadas a partir das componentes.

Para um cálculo mais rápido e eficiente, deve-se sempre que possível se dispor de rotinas para interpolação do campo de tensões na região de interesse, fornecendo para uma linha escolhida as tensões linearizadas e a adequação destas linearizações com a distribuição real de tensões.

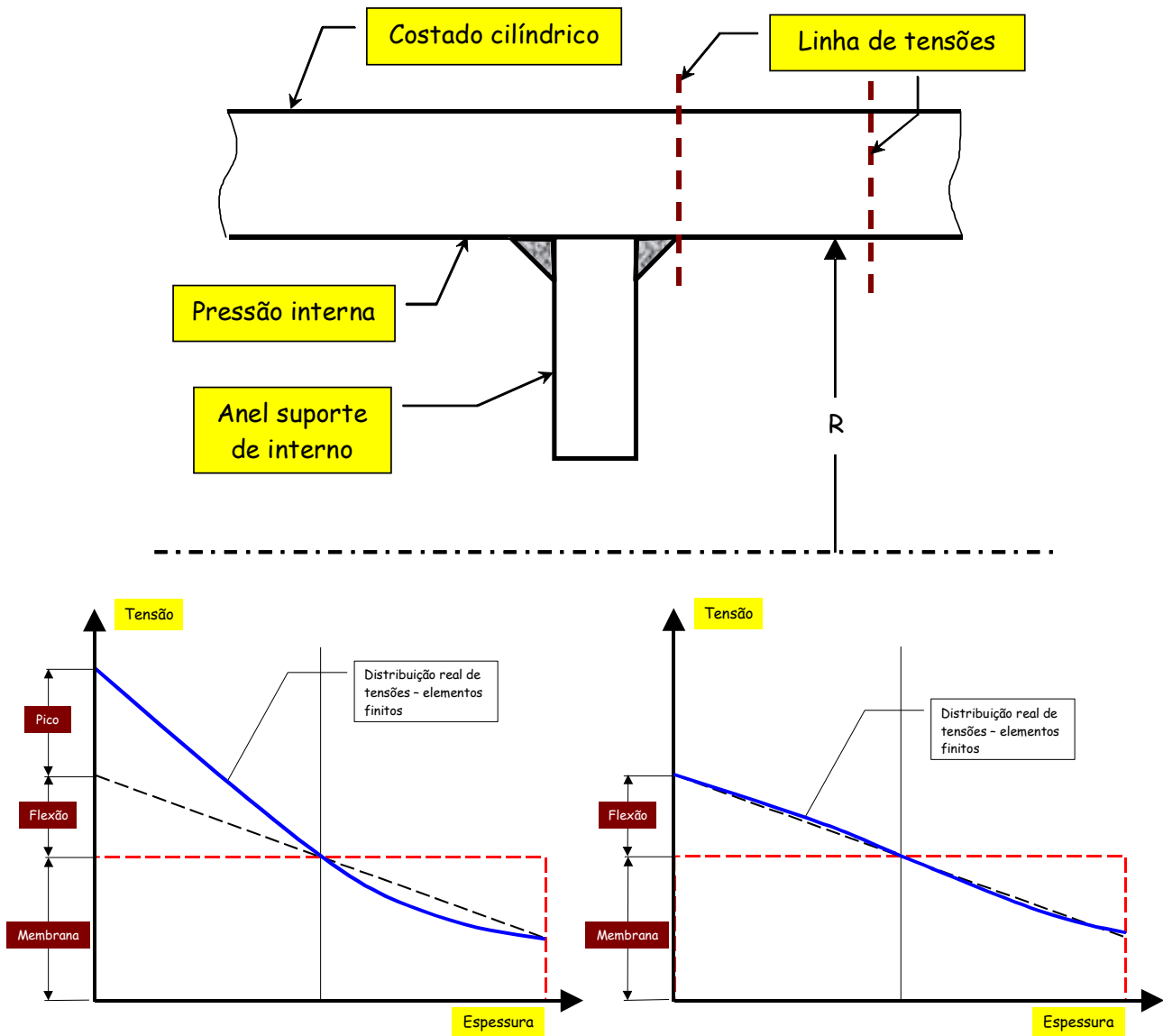
Através do desenvolvimento de um pós-processador que realize um tratamento do "output" dos resultados obtidos pelo método dos elementos finitos, é possível analisar uma geometria axisimétrica "traçando-se" diversas linhas de tensões nas regiões de interesse e retirando-se as tensões comparáveis com o código de projeto.

A linearização das tensões escolhida para ser empregada substitui por uma tensão constante e uma tensão linear variável a distribuição real na seção.

Para a definição das parcelas e análise das tensões atuantes no componente é necessária o estabelecimento de uma chamada "linha de tensões".

Esta linha tem como objetivo determinar a posição e as direções das tensões no componente que serão analisadas.

O desenho esquemático a seguir apresenta exemplos de linhas de tensões em uma estrutura.



Cabe ressaltar que na quase totalidade dos casos, o plano de flexão, conforme definido pela teoria em que se baseia o código, é normalmente inexistente ou de difícil localização e portanto os métodos que utilizam as tensões linearizadas tornam-se discutíveis e podem apresentar resultados diversos conforme a combinação de tensões.

Como fatores de discussão destes métodos, apresentamos os seguintes:

a - Normalmente as tensões cisalhantes não são nulas sobre a linha (inexistência do plano de flexão);

b - As distribuições de tensões radiais e tensões cisalhantes são geralmente não-lineares e portanto a linearização destas distribuições apresentam resultados pouco satisfatórios;

c - O código de projeto não deixa explícito qual a melhor forma de combinar as tensões e quais as componentes que deverão ser consideradas.

Para uma geometria axisimétrica, onde se definem 3(três) tensões normais e 1(uma) tensão cisalhante, as distribuições de tensões esperadas em função da carga, são:

Carga	Tensão	Distribuição
Pressão	Direção x	Linear com uma suave curvatura hiperbólica para razões raio/espessuras abaixo de 10.
	Direção Y	Constante
	Direção R	Linear (compressão na superfície interna e zero na externa)
	Cisalhante	Tensão nula
Térmica	Direção x	Acompanha a curvatura do gradiente térmico
	Direção Y	Acompanha a curvatura do gradiente térmico
	Direção R	Parabólica com tensão nula na superfície
	Cisalhante	Parabólica com tensão nula na superfície
Descontinuidade	Direção x	Linear
	Direção Y	Linear
	Direção R	Tensão nula
	Cisalhante	Parabólica com tensão nula na superfície

Devido a esta diversidade de distribuições das tensões foram estabelecidos alguns métodos de combinações das tensões linearizadas para a obtenção das "stress intensities".

A equação básica para obtenção das tensões nas direções principais baseia-se no círculo de Mohr.

$$\sigma_n^3 - I_1 \cdot \sigma_n^2 - I_2 \cdot \sigma_n - I_3 = 0$$

As raízes da equação são obtidas a partir das distribuições de tensões em coordenadas nas direções principais (S1, S2 e S3). As 3(três) raízes da equação são as tensões nas direções principais S1, S2, S3 e o "stress intensity" máximo é dado por:

$$SI = \text{máx.}\{[S1 - S2],[S1 - S3],[S2 - S3]\}$$

Os métodos de combinações das tensões definem mais especificamente os valores de tensões que serão utilizadas na equação do círculo de Mohr.

Alguns dos métodos propostos em referências bibliográficas já citadas, são os seguintes:

A - Método 1 - Linearização de todas as componentes de tensão

As tensões nas direções locais das linhas são linearizadas obtendo-se para cada uma das 4 (quatro) componentes, uma parcela constante (membrana) e uma parcela variável (flexão). No caso em que a linha estiver posicionada na direção de um plano de flexão as tensões S_{xy} (locais) serão nulas e as tensões S_x , S_y e S_z (locais) serão tensões nas direções principais.

Na situação geral, as distribuições linearizadas apresentam os valores de membrana, membrana + flexão e tensões de pico definidos conforme abaixo:

Os valores na superfície interna e externa são utilizados no cálculo dos valores das tensões nas direções principais e nos valores máximos de "stress intensities" que são comparados com o código.

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal de flexão ou membrana na direção da linha

S_z - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano X-Y

S_x - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

S_{xy} - Tensão cisalhante de flexão ou membrana no plano X-Y

B - Método 2 - Linearização das 3(três) componentes normais e utilização da tensão cisalhante total na superfície.

Este método apresenta resultados diferentes do Método 1 pois não lineariza a tensão S_{xy} utilizando na equação do círculo de Mohr o valor da tensão cisalhante total.

Normalmente a tensão S_{xy} (cisalhante) apresenta uma forma parabólica de distribuição real e portanto uma linearização desta distribuição não apresenta boa correlação com uma reta. Somando-se a este fato, esta que, o posicionamento correto da linha de tensões em uma direção próxima ao plano de flexão faz com que os valores, absolutos em cada ponto da linha, destas tensões S_{xy} sejam pequenos, próximos a zero.

Quanto mais próxima estiver a direção da linha de um plano de flexão mais os resultados provenientes do Método 1 e Método 2 serão próximos.

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal de flexão ou membrana na direção da linha

S_z - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano X-Y

S_x - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

$S_{xy(T)}$ - Tensão cisalhante total no plano X-Y

C - Método 3 - Linearização das 3(três) componentes normais e utilização da tensão cisalhante de membrana.

Também uma variação dos métodos anteriores e justificado pelo fato de que uma distribuição parabólica, conforme apresentado normalmente para a tensão S_{xy} , a tensão de membrana se aproxima bastante da própria distribuição real.

Os métodos (1), (2) e (3) apresentam resultados numericamente bem próximos quando a linha de tensões escolhida e uma linha na direção aproximada do plano de flexão da estrutura na região analisada. Uma pequena variação percentual entre os resultados dos 3(três) métodos acima e um dos indicadores de uma boa escolha na linha de tensões.

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal de flexão ou membrana na direção da linha

S_z - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano X-Y

S_x - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

$S_{xy(M)}$ - Tensão cisalhante de membrana no plano X-Y

D - Método 4 - Linearização das 2(duas) tensões normais S_y e S_z e utilização das tensões totais S_x e S_{xy} (radial e cisalhante) na superfície.

Este método não lineariza as tensões S_x e S_{xy} baseando-se no fato de que em uma linha convenientemente selecionada, a tensão S_{xy} possui um valor absoluto pequeno, próximo de zero e a ordem de grandeza da tensão S_x comparada com as tensões S_y e S_z pouco influi no cálculo da "stress intensity".

Este método apresenta resultados um pouco divergentes dos métodos anteriores, em contrapartida possui uma facilidade de aplicação bem maior pois utiliza apenas as 2(duas) maiores componentes das tensões, para a linearização, simplificando o cálculo.

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal de flexão ou membrana na direção da linha

S_z - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano X-Y

$S_{x(T)}$ - Tensão total na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

$S_{xy(T)}$ - Tensão cisalhante total no plano X-Y

E - Método 5 - Linearização das 2(duas) tensões normais S_y e S_z e utilização dos valores de membrana de S_x e S_{xy} (radial e cisalhante)

Uma variação do método anterior também justificado pelo fato de apresentar valores de S_x e S_{xy} geralmente baixos, onde a diferença entre a tensão total e a de membrana pouco influi nos resultados, sempre partindo-se do princípio que a linha se aproxima da direção do plano de flexão.

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal de flexão ou membrana na direção da linha

S_z - Tensão normal de flexão ou membrana na direção perpendicular a linha - plano X-Y

$S_{x(M)}$ - Tensão de membrana na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

$S_{xy(M)}$ - Tensão cisalhante de membrana no plano X-Y

F - Método 6 - Calculo da distribuição real sobre a linha das "stress intensities" a partir das componentes em coordenadas locais e posterior linearização

Este método lineariza a distribuição da "stress intensity" calculada a partir das distribuições reais de tensões das componentes. Este método possuirá resultados numericamente iguais aos obtidos com o Método 1, no caso da inexistência de tensões cisalhantes sobre a linha (plano de flexão).

As tensões utilizadas na equação do círculo de Mohr, são as seguintes:

S_y - Tensão normal total na direção da linha

S_z - Tensão normal total na direção perpendicular a linha - plano X-Y

S_x - Tensão normal total na direção perpendicular a linha - plano Y-Z

S_{xy} - Tensão cisalhante de membrana no plano X-Y

Os resultados obtidos pelos diversos métodos e a escolha do mais conveniente e dependente da localização, orientação e distribuição das tensões e a maior ou menor proximidade do plano de flexão.

O conceito de que uma distribuição é "linearizável" implica em obter valores confiáveis para serem combinados através da equação do círculo de Mohr.

Constata-se que uma boa escolha da linha de tensões implica em resultados próximos para todos os métodos descritos.

Em locais de descontinuidades os seguintes resultados são revistos para as distribuições de tensões:

	Componente da Tensões				Tensões Principais	
<i>Carregamento</i>	<i>x</i>	<i>R</i>	<i>Z</i>	<i>RZ</i>	<i>S1</i>	<i>SI</i>
Pressão	L	P	L	L	L	E
Temperatura	L	P	L	P	L	P

L - distribuição linear

P - distribuição parabólica

E - distribuição indefinida

Verifica-se que o correto posicionamento da linha de tensões significa analisar o resultado da linearização para todas as componentes, exigindo-se do projetista a sensibilidade para definir a melhor orientação entre todas as estudadas.

A análise dos resultados obtidos pela linearização implica em relacionar a distribuição real de tensões com a equivalente linearizada, isto é conseguido através do cálculo da correlação entre reta e a curva das distribuições.

O procedimento previsto no código, é descrito através dos diagramas, prevê uma análise de tensões em base elástica onde são verificadas as condições para o funcionamento do equipamento projetado dentro dos limites estabelecidos para colapso da estrutura, shakedown elástico e, quando for o caso, para análise de fadiga.

Este procedimento definido pelo Apêndice 4 do ASME Seç.VIII - Div.2, deve ser seguido para cada uma das linhas de tensões "traçadas" no modelo de elementos finitos e para tanto os critérios de linearização de tensões e localização destas linhas tornam-se importantes.

7 - CRITÉRIOS PARA FIXAÇÃO DE TENSÕES ADMISSÍVEIS

Denominam-se tensões admissíveis as tensões máximas adotadas no dimensionamento de um vaso de pressão. As tensões admissíveis para temperaturas abaixo da temperatura de fluência estão relacionados com o limite de escoamento ou com o limite de resistência do material de construção do equipamento.

Denominamos coeficiente de segurança (CS) ou fator de segurança (FS), à relação entre o limite de escoamento (S_y) ou de resistência (S_r) e a tensão admissível (S_{adm}) de um determinado material.

Dentre os vários fatores que afetam a fixação dos valores das tensões admissíveis de um código podemos citar :

- Tipo de material : Para materiais frágeis adota-se um fator de segurança mais elevado que os adotados para materiais dúteis;
- Critério de cálculo : Uma tensão admissível só deverá ser aplicada em combinação com o critério de cálculo para o qual foi estabelecida. Cálculos grosseiros e grandes aproximações exigem fatores de segurança maiores;
- Tipo de carregamento : A consideração de esforços cíclicos e alternados, choques e vibrações exige uma redução no valor da tensão admissível determinada para esforços normais;
- Segurança : Equipamentos de grande periculosidade envolvendo sério risco humano e material exigem elevados fatores de segurança;
- Temperatura : A resistência mecânica de um material diminui com o aumento de temperatura e conseqüentemente a tensão admissível também cairá. Em temperaturas baixas o comportamento de vários materiais se altera, peças que sofreriam uma fratura dúctil em temperatura ambiente passam a sofrer fratura frágil com o abaixamento dessa temperatura.

A tabela a seguir apresenta o critério de fixação de tensões admissíveis adotado pelos códigos ASME Seç.VIII Div.1 e Div.2 e BS-5500.

Código de Projeto	Abaixo da faixa de creep	Acima da faixa de creep
ASME VIII - Div.1 "Allowable Stress Values"	$S_r / 3,5$ (temp. ambiente) ^[1]	100% da tensão média que provoca uma velocidade de deformação de 0,01% em 1000 h
	$S_r / 3,5$ (temp. de projeto) ^[1]	67% da tensão média que provoca ruptura após 100.000 h.
	$(2/3)S_y$ (temp. ambiente)	80% da tensão mínima que provoca ruptura após 100.000 h
	$(2/3)S_y$ (temp. de projeto)	
ASME VIII - Div.2 "Design Stress Intensity Values"	$S_r / 3,0$ (temp. ambiente)	
	$S_r / 3,0$ (temp. de projeto)	
	$(2/3)S_y$ (temp. ambiente)	
	$(2/3)S_y$ (temp. de projeto)	
BS-5500	$S_y / 1,5$ (temp. de projeto)	1 / 1,3 da tensão média que provoca ruptura num tempo t, numa temperatura T, de acordo com o material
	$S_r / 2,35$ (temp. ambiente)	

Nota :

[1] - O fator de segurança 3,5 foi adotado pelo código ASME após a edição de 1998. Para equipamentos fabricados anteriormente a esta alteração, as tensões admissíveis devem ser estabelecidas com um fator 4,0.

8 - CRITÉRIOS BÁSICOS DE FALHA

Dois fatos alteraram significativamente a evolução dos códigos de projeto :

1 - O advento e difusão da tecnologia com a construção de reatores nucleares, que exigiam um maior conhecimento de mecanismos de falha associados a equipamentos, considerando a elevada consequência de uma vazamento do fluido;

2 - A necessidade de introduzir os recentes avanços nas áreas de plasticidade, mecânica da fratura, materiais e soldagem e avaliação de vida útil à fadiga.

O projeto por análise ("design by analysis") foi a base da publicação do ASME *Seç.III - Nuclear vessels* (1963) e permitiu uma melhor definição e relação entre os carregamentos aplicados na estrutura e sua resposta traduzida em tensões e deformações.

Foram identificados, na época, 8 diferentes modos de falha, assim denominados :

- 1 - Deformação elástica excessiva incluindo instabilidade elástica;
- 2 - Deformação plástica excessiva;
- 3 - Fratura frágil;
- 4 - Deformação e tensões à altas temperaturas (creep);
- 5 - Instabilidade plástica (colapso incremental);
- 6 - Fadiga de baixo ciclo;
- 7 - Corrosão sob tensão;
- 8 - Corrosão-fadiga.

Nesta época, os cálculos eram basicamente analíticos e desenvolvidos segundo teoria de cascas e placas. O cálculo numérico, com ferramentas mais poderosas, tais como o método dos elementos finitos era ainda restrito a trabalhos científicos mais específicos.

Isto explica a definição de tensões admissíveis e mecanismos de falha com regras simples, baseadas em teorias de viga e cascas, que prevalece até hoje, por exemplo no código ASME.

Os mecanismos de falha identificados pelo ASME são evitados, para equipamentos novos, com adoção de tensões admissíveis e critérios de dimensionamento, substanciados por fatores de segurança adequados.

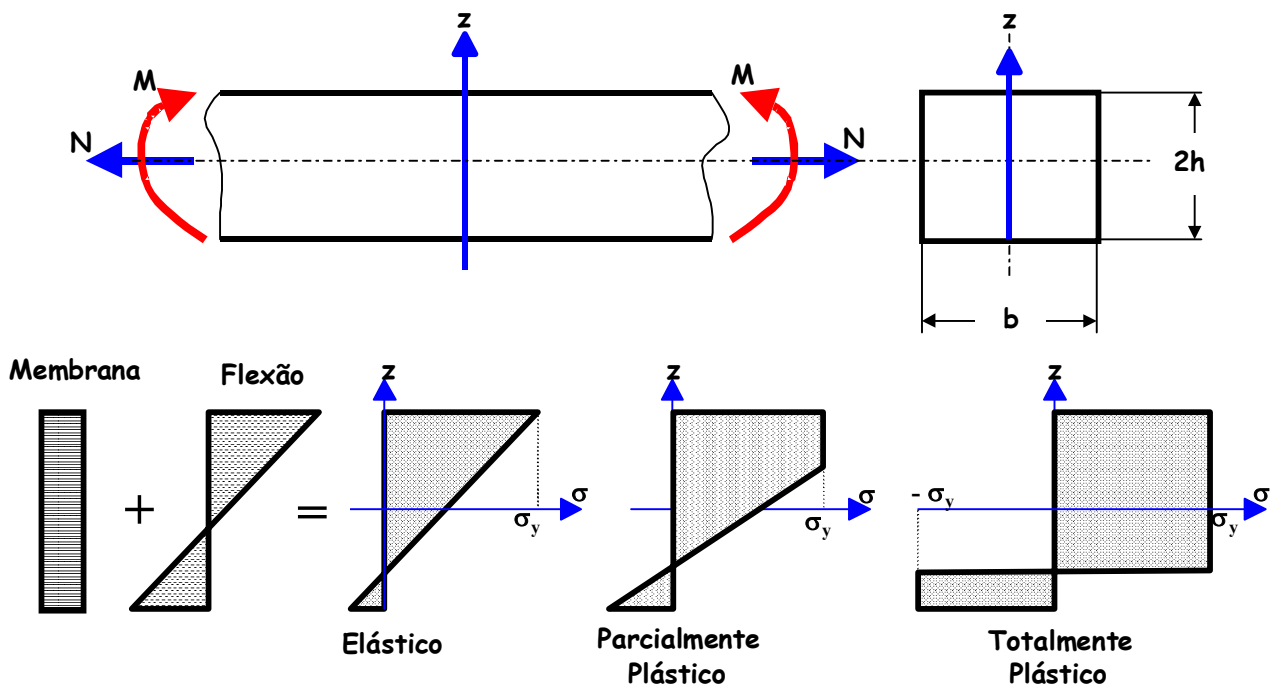
Para o caso de **deformação elástica excessiva** e **instabilidade elástica**, não apenas a tensão atuante no equipamento deve ser limitada, mas também considerações sobre a rigidez do componente são fundamentais para que estes mecanismos de falha não ocorram.

A **fratura frágil** é melhor evitada com a seleção e qualificação de materiais com maior tenacidade, não susceptíveis a uma fratura brusca.

A **fadiga de baixo ciclo**, **corrosão sob tensão** e **corrosão-fadiga** estão relacionados a seleção adequada dos materiais base e junta soldada, requisitos de fabricação, detalhes de projeto, etc,...

A **deformação plástica excessiva** e o **colapso plástico incremental** são evitados através do dimensionamento dos componentes, considerando os diversos tipos de tensões e seus efeitos.

Para que ocorra o colapso do componente é necessário que toda a seção transversal do mesmo alcance o escoamento, conforme exemplificado pela figura a seguir.



Supondo a força "N" e o momento "M", aplicados no elemento, que possui uma largura "b" e espessura "2h".

Seja $\sigma_{(z)}$ a tensão circunferencial atuante em qualquer ponto "z", ao longo da espessura do componente. Para um comportamento puramente elástico, a tensão pode ser obtida pela teoria de vigas.

$$\sigma_{(z)} = N / A + M.z / I$$

Onde : $A = 2h.b$

$$I = (2/3)b.h^3$$

Supondo um material elástico perfeitamente plástico com escoamento " σ_y ", com a atuação da carga "N", o primeiro escoamento da seção ocorre na fibra externa ($z = +h$).

$$N / (2h.b) + (3/2).M.z / (b.h^2) = \sigma_y$$

Aumentando-se o carregamento, a plasticidade irá se expandir ao longo de toda a seção. Para um material elástico perfeitamente plástico, o estado limite do componente corresponde a uma plastificação total ao longo da seção. A condição para que isso ocorra pode ser obtida pelo equilíbrio como :

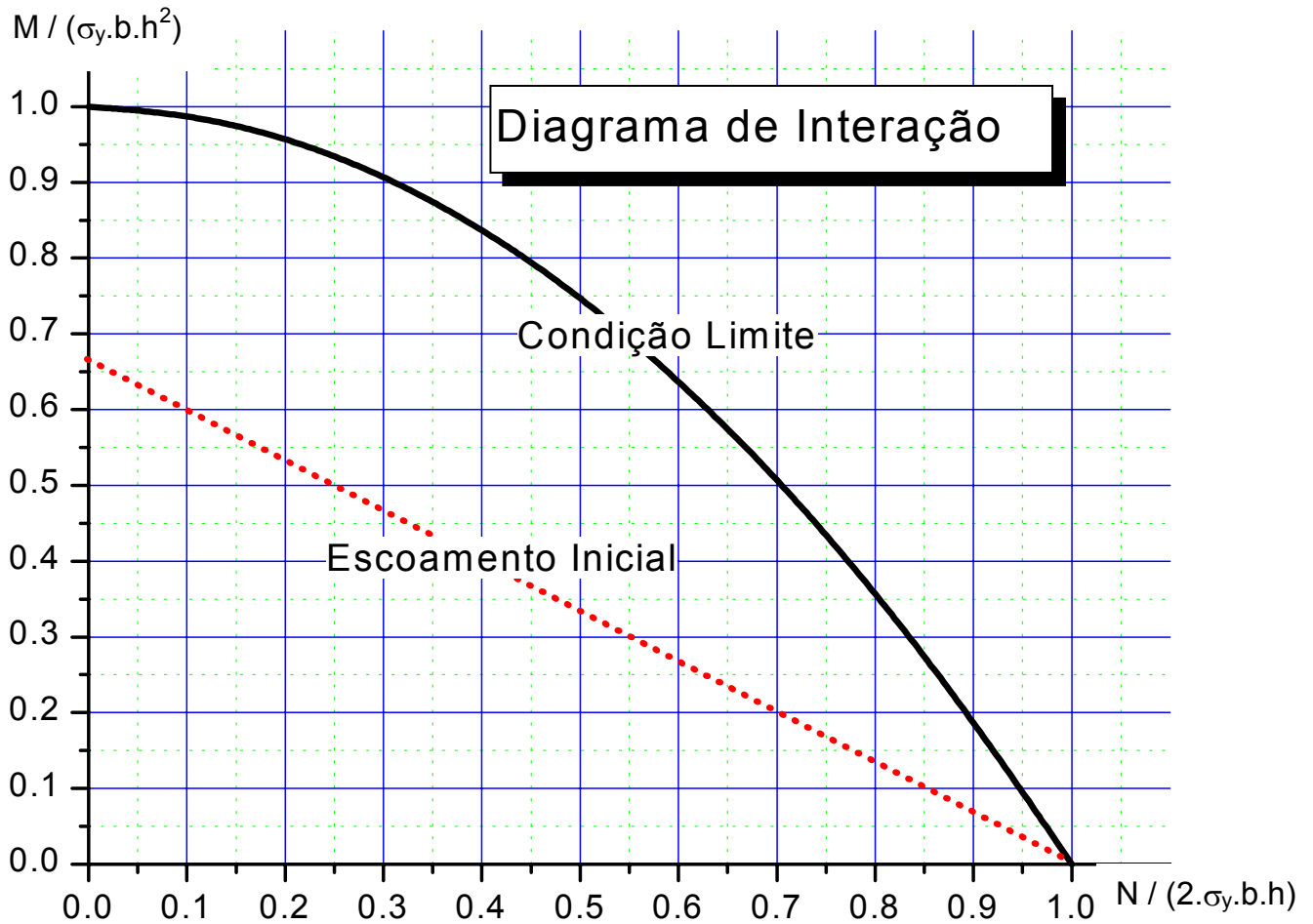
$$M / (\sigma_y.b.h^2) + [N / (2.b.h.\sigma_y)]^2 = 1$$

Considerando ainda as seguintes restrições :

$$M / (\sigma_y.b.h^2) \leq 1$$

$$[N / (2.b.h.\sigma_y)]^2 \leq 1$$

É possível obter o gráfico de interação de carregamentos, conforme figura abaixo.



Para uma viga em flexão pura ($N = 0$), o momento limite é dado por : $M_L = \sigma_y \cdot b \cdot h^2$

Se utilizada a equação (1), verifica-se que o momento necessário para o início do escoamento na fibra mais externa é : $M_y = (2/3) \cdot \sigma_y \cdot b \cdot h^2$.

Conclui-se que $M_L / M_y = 1,5$.

Se substituirmos $N / 2 \cdot b \cdot h = P_m$ (tensão elástica de membrana) e $3M / (2 \cdot b \cdot h^2) = P_b$ (tensão elástica de flexão, é possível modificar o gráfico anterior.

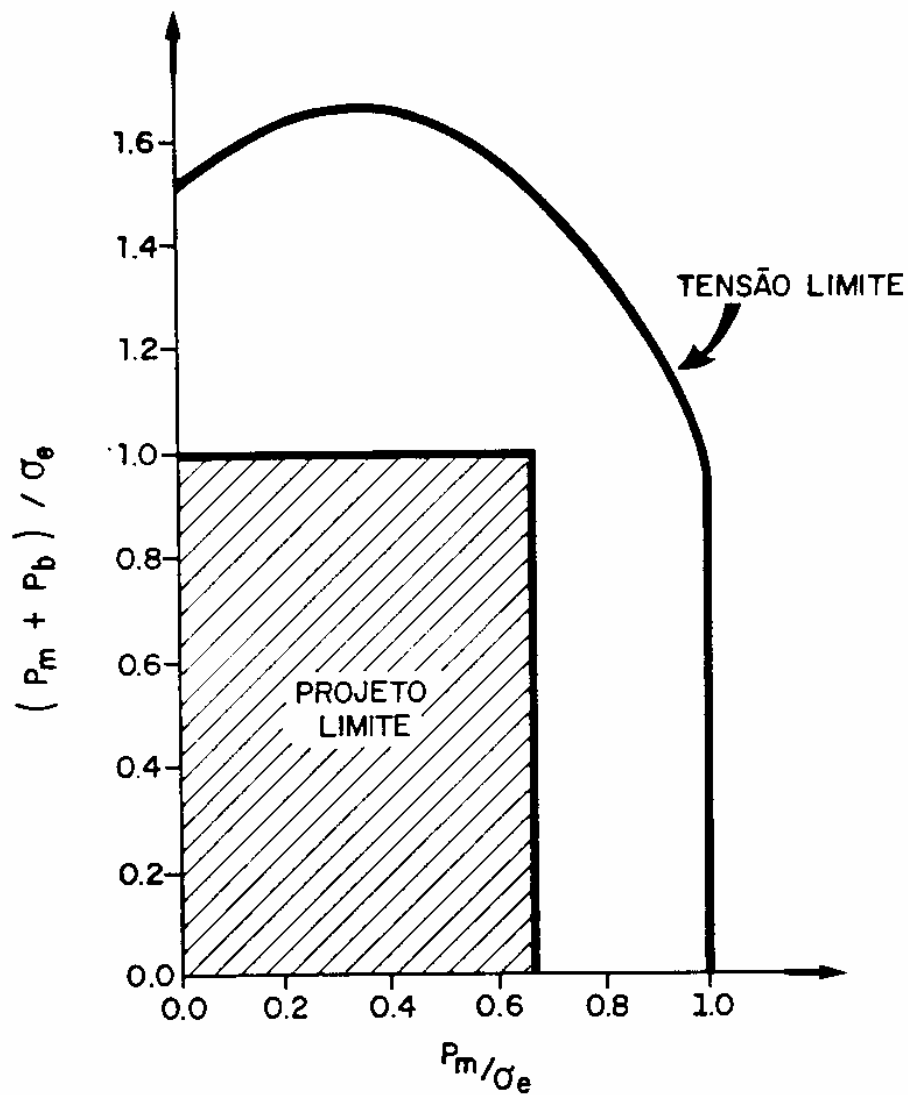
Através da equação (1), temos : $P_m + P_b = \sigma_y \rightarrow$ Condição do início do escoamento

A condição limite é dada pela equação (2) : $(2/3)(P_b / \sigma_y) + (P_m / \sigma_y)^2 = 1$

Considerando as limitações adicionais : $P_m \leq (2/3)\sigma_y$

$(P_m + P_b) \leq \sigma_y$

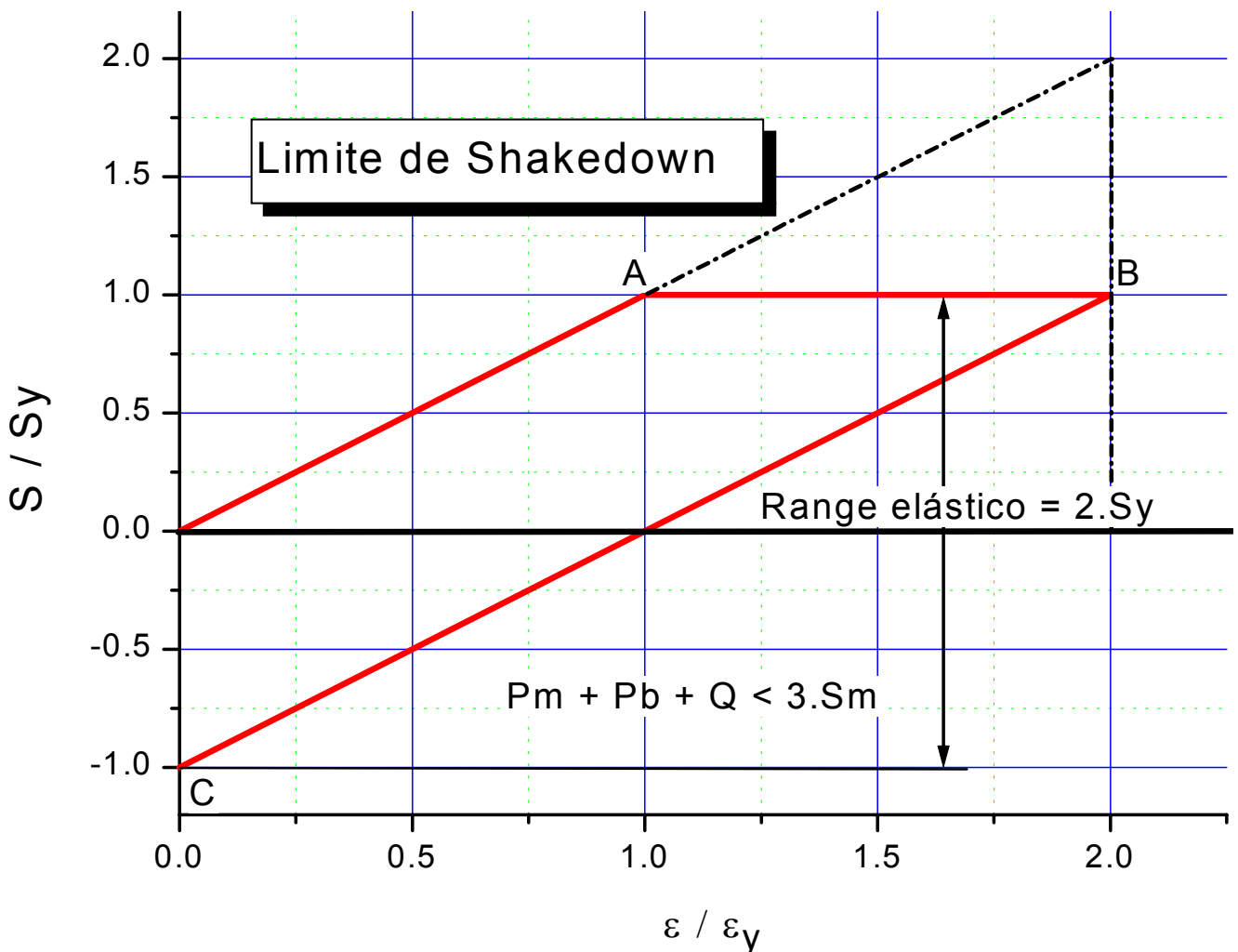
Obtêm-se o gráfico utilizado pelo código ASME para limites de tensões para carregamentos primários, representado pela figura abaixo.



- Diagrama de Tensões Primárias

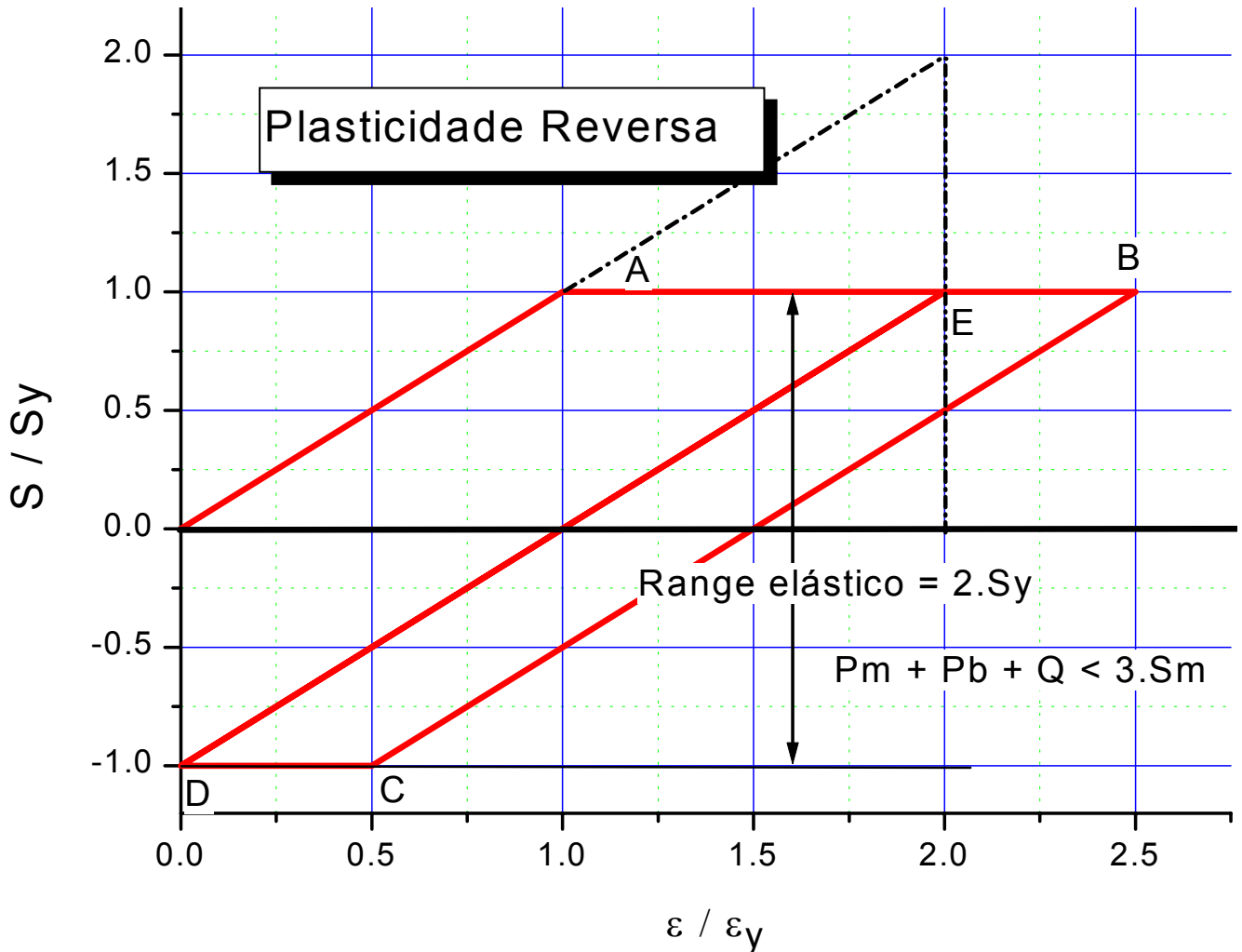
Para as tensões secundárias, o limite de tensões é função do comportamento da acomodação de tensões. No primeiro ciclo de tensões térmicas ocorre uma plastificação e redução do nível de tensões devido à característica auto-limitante das tensões secundárias.

Essa acomodação permite que as tensões possam alcançar um limite correspondente ao range elástico do material (limite de shakedown), equivalente a $2.S_y$ (duas vezes a tensão de escoamento), conforme representado pela figura a seguir.



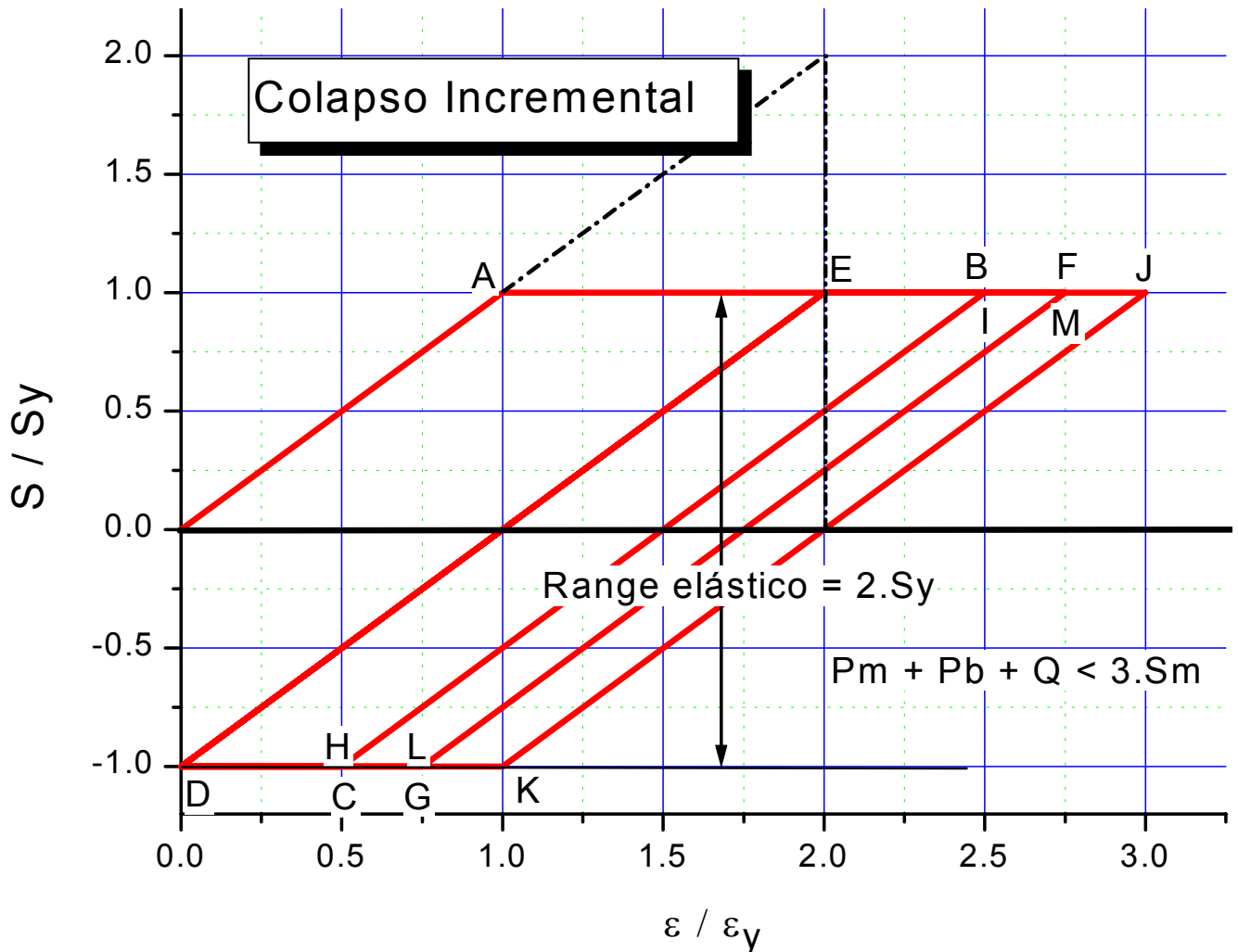
- Comportamento de Tensões Secundárias

Se ultrapassado o limite de range elástico, o componente pode apresentar um comportamento descrito como "Plasticidade Reversa", onde deformações plásticas alternadas ocorrem a cada ciclo, propiciando o fenômeno de fadiga de baixo ciclo, conforme indicado na figura a seguir.



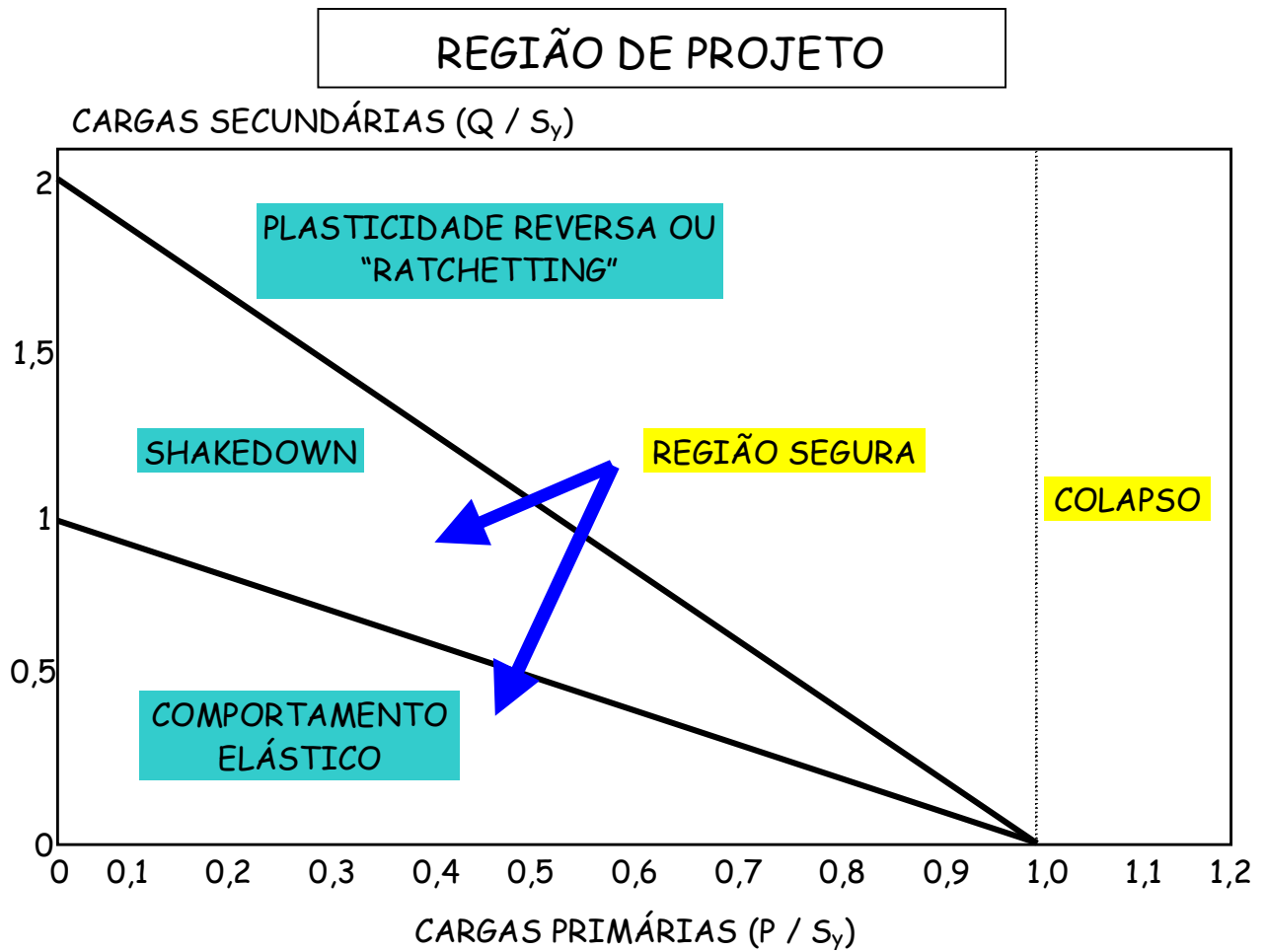
- Plasticidade Reversa

Para tensões atuantes ainda maiores, ocorre um acúmulo de deformações a cada ciclo, ocasionando o comportamento denominado de colapso incremental ou "ratchetting", representado pela figura abaixo.



- Colapso Incremental

A interação entre carregamentos secundários e primários é descrita pela figura abaixo.



- Interação entre Tensões Primárias e Secundárias

9 - CÁLCULO DE ESPESSURAS - FÓRMULAS DO CÓDIGO ASME SEÇ.VIII - DIV.1

O código ASME - Seção VIII - Divisão 1 se baseia em um projeto convencional de vasos de pressão. A filosofia de projeto da Divisão 1 está bem explícita na parágrafo UG-23 (c), do código, onde se lê:

- A espessura de parede de um vaso de pressão dimensionado de acordo com as regras estabelecidas nesta divisão deve ser tal que a tensão máxima primária geral de membrana, resultante dos carregamentos a que esteja sujeito o equipamento durante sua operação normal não exceda os limites de tensão admissível do material do vaso e que, excetuando-se alguns casos especiais os carregamentos a que esteja sujeito o vaso não provoquem uma tensão primária de membrana mais flexão superior a $1 \frac{1}{2}$ da tensão máxima admissível do material do vaso.

As fórmulas existentes no código ASME Seç.VIII - Div.1 para dimensionamento à pressão interna de componentes pressurizados se baseiam na teoria de membrana.

A notação abaixo é utilizada :

t - espessura requerida, calculada em função das condições de projeto.

P - pressão de projeto;

S - tensão admissível na temperatura de projeto;

R - raio interno do componente;

R_o - raio externo do componente;

D - diâmetro interno do componente;

D_o - diâmetro externo do componente;

L - raio interno para o tampo hemisférico ou raio interno da coroa para o tampo toro-esférico;

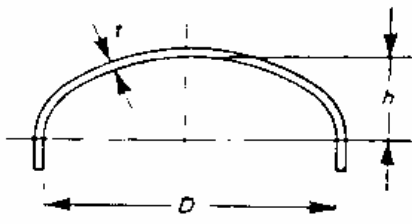
L_o - raio externo para o tampo hemisférico ou raio externo da coroa para o tampo toro-esférico;

α - semi-ângulo interno da parte cônica, de um tampo cônico ou toro-cônico, em relação ao centro;

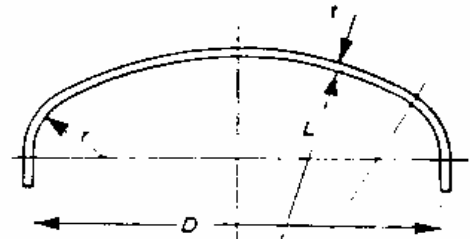
r - raio interno da parte tórica;

h - semi-eixo menor do tampo elipsoidal ou sua profundidade medida a partir da linha de tangência;

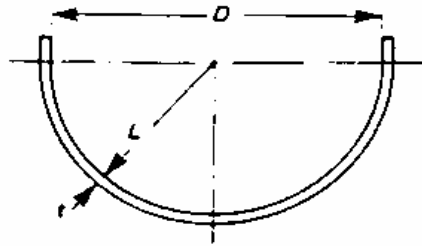
E - eficiência de junta (função do tipo de junta e do exame radiográfico)



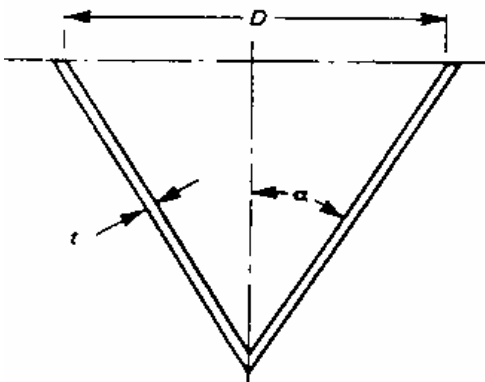
ELIPSOIDAL



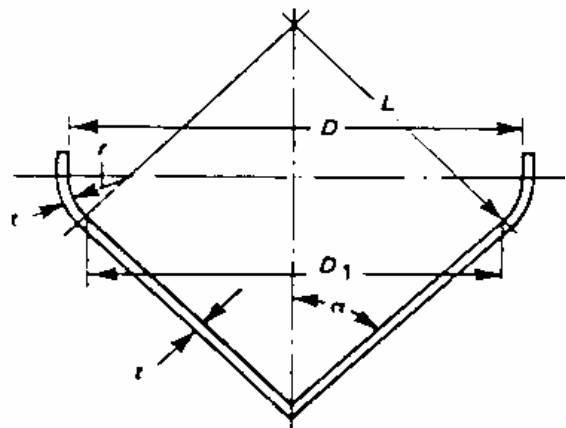
TOROSFÉRICO



HEMISFÉRICO



CÔNICO



TOROCÔNICO

- Casco cilíndrico :

	Tensões circunferenciais	Tensões longitudinais
$t \leq R / 2$	$t = P.R / (S.E - 0,6.P) =$ $= P.R_o / (S.E + 0,4.P)$ $P \leq 0,385.S.E$	$t = P.R / (2.S.E + 0,4.P) =$ $= P.R_o / (2.S.E + 1,4.P)$ $P \leq 1,25.S.E$
$t > R / 2$	$t = R.(Z^{1/2} - 1) =$ $= R_o.(Z^{1/2} - 1) / Z^{1/2}$ $Z = (S.E + P) / (S.E - P)$ $P > 0,385.S.E$	$t = R.(Z^{1/2} - 1) =$ $= R_o.(Z^{1/2} - 1) / Z^{1/2}$ $Z = [P / (S.E) + 1]$ $P > 1,25.S.E$

- Casco e Tampo esférico :

$t \leq 0,356.L$ $P \leq 0,665.S.E$	$t = P.L / (2.S.E - 0,2.P) =$ $= P.L_o / (2S.E + 0,8.P)$
$t > 0,356.L$ $P > 0,665.S.E$	$t = L.(Y^{1/3} - 1) =$ $= L_o.(Y^{1/3} - 1) / Z^{1/3}$ $Y = 2.(S.E + P) / (2.S.E - P)$

- Tampo elipsoidal :

$$t = P.D.K / (2.S.E - 0,2.P) = P.D_o.K / [2.S.E + 2.P.(K - 0,1)]$$

$$K = (1 / 6). \{2 + [D / (2.h)]^2\}$$

Para o tampo padrão : $D / (2.h) = 2 \rightarrow K = 1$

Tabela 1-4.1

Valores do Fator K

D/2h	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
K	1,83	1,73	1,64	1,55	1,46	1,37	1,29	1,21	1,14	1,07	1,00
D/2h	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	
K	0,93	0,87	0,81	0,76	0,71	0,66	0,61	0,57	0,53	0,50	

- Tampo toro-esférico

$$t = P.L.M / (2.S.E - 0,2.P) = P.L_o.M / [2.S.E + P.(M - 0,2)]$$

$$M = (1 / 4).[3 + (L / r)^{1/2}]$$

Tabela 1-4.2

Valores do Fator M

L / r	1,0	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50
M	1,00	1,03	1,06	1,08	1,10	1,13	1,15	1,17	1,18	1,20	1,22
L / r	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0
M	1,25	1,28	1,31	1,34	1,36	1,39	1,41	1,44	1,46	1,48	1,50
L / r	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	16 2/3
M	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60	1,62	1,65	1,69	1,72	1,75	1,77

Tampos cônicos ou seções cônicas :

$$\alpha \leq 30^\circ \quad \rightarrow t = P.D / [2.\cos\alpha.(S.E - 0,6.P)]$$

$\alpha > 30^\circ$ \rightarrow Análise especial

10 - ESTUDO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

10.1 - TENSÕES E DEFORMAÇÕES TÉRMICAS

Durante sua operação normal, equipamentos que operam em altas temperaturas, são submetidos a um gradiente térmico, ao longo de sua espessura de parede, com uma temperatura mais elevada internamente e uma pequena redução até a superfície externa. Essa diferença de temperaturas é função de parâmetros geométricos e térmicos do equipamento.

Para o instante inicial da simulação de um resfriamento, que corresponde à condição de operação do equipamento, o fluxo de calor em um costado cilíndrico pode ser definida pelas seguintes equações:

$$q = \frac{T_A - T_\infty}{\frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}}$$

Para um comprimento unitário, temos :

$$q = \frac{T_A - T_\infty}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot h_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot h_e}}$$

Onde :

q - quantidade de calor na parede do equipamento

T_A - temperatura interna de processo no equipamento

T_∞ - temperatura ambiente

h_e - coeficiente de película externo no equipamento

A_e - área externa em contato com a temperatura ambiente

h_i - coeficiente de película interno no equipamento

A_i - área interna de contato do fluido de processo

r_e - raio externo do equipamento

r_i - raio interno do equipamento

k - coeficiente de condutividade térmica do material do reator

L - comprimento do equipamento

Para a situação de operação normal, o equipamento estará submetido a um estado de tensões compressivas na superfície interna e trativa na superfície externa. O nível dessas tensões pode ser elevado, no entanto o tipo de tensão gerada, de característica secundária é absorvida pelo equipamento em forma de deformações locais nos pontos mais solicitados.

Essas mesmas tensões não críticas para a estrutura podem ser suficientes para a propagação de defeitos, principalmente em condições de regime transiente, tais como o resfriamento e o aquecimento do equipamento.

As tensões térmicas geradas durante o resfriamento de um equipamento, são função das seguintes variáveis :

- 1 - Dimensões do componente (diâmetro, espessura);
- 2 - Diferença de temperaturas obtida entre as superfícies interna e externa;
- 3 - Propriedades do material;
- 4 - Condições de isolamento térmico;
- 5 - Taxa de resfriamento

O gradiente de temperaturas estabelecido durante o regime permanente possui característica predominante na direção radial (ao longo da espessura do componente).

Para essa situação, as deformações atuantes são as seguintes :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_l)] + \alpha \cdot T \quad [1]$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\theta - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_l)] + \alpha \cdot T \quad [2]$$

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_l - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_r)] + \alpha \cdot T \quad [3]$$

Onde :

α - coeficiente de expansão térmica do material do componente;

$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_l$ - deformações térmicas nas direções radial, circunferencial e longitudinal, respectivamente;

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_l$ - tensões térmicas nas direções radial, circunferencial e longitudinal, respectivamente;

E - módulo de elasticidade do material, em função da temperatura.

Se a distribuição de temperaturas é uniforme ao longo do perímetro do equipamento, todas as tensões cisalhantes são nulas, e as deformações radiais e circunferenciais podem ser expressas como:

$$\varepsilon_r = \frac{dw}{dr} \quad \varepsilon_\theta = \frac{w}{r}$$

$$\text{Ou : } \varepsilon_r = \varepsilon_\theta + r \left(\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} \right) \quad [4]$$

Substituindo as equações [1] e [2] na equação [4], temos :

$$\sigma_r = \sigma_\theta + r \left(\frac{d\sigma_r}{dr} \right) - \frac{\nu}{1-\nu} \left(\sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_\theta \right) + \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \alpha \cdot (1+\nu) \cdot r \cdot \left(\frac{dT}{dr} \right) \quad [5]$$

O equilíbrio de um elemento em um cilindro pode ser expressa pela equação abaixo.

$$\sigma_\theta - \sigma_r = r \left(\frac{d\sigma_r}{dr} \right) \quad [6]$$

Resolvendo as equações [5] e [6] para σ , obtem-se :

$$r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 \sigma_r) \right] = \frac{-E}{1-\nu^2} \cdot \alpha \cdot (1+\nu) \cdot r \cdot \left(\frac{dT}{dr} \right) \quad [7]$$

Aplicando as condições de contorno na solução das equação diferencial acima, tem-se :

$$\sigma_r|_{r=a} = 0 \quad \sigma_r|_{r=b} = 0$$

$$\sigma_r = \frac{E \cdot \alpha}{1-\nu^2} \cdot \frac{1+\nu}{r^2} \left[\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr - \int_a^r T \cdot r \cdot dr \right] \quad [8]$$

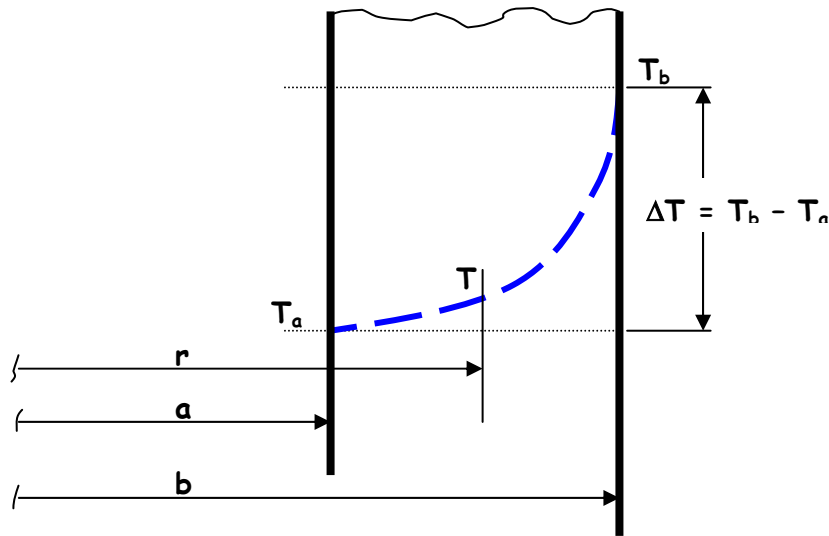
Da equação [6], temos :

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot \alpha}{1-\nu^2} \cdot \frac{1+\nu}{r^2} \left[\frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr + \int_a^r T \cdot r \cdot dr - T \cdot r^2 \right] \quad [9]$$

E da equação [1], para cilindros sem restrição na direção radial, obtem-se :

$$\sigma_l = \frac{E \cdot \alpha}{1-\nu} \left[\frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr - T \right] \quad [10]$$

Será analisado o caso de uma distribuição logarítmica ao longo da espessura do componente.



A distribuição de temperaturas obedece as equações abaixo.

$$\frac{\ln(b) - \ln(a)}{T_b - T_a} = \frac{\ln(r) - \ln(a)}{T - T_a}$$

$$T - T_a = (T_b - T_a) \cdot [\ln(r/a) / \ln(b/a)] \rightarrow T = T_a + \Delta T \cdot [\ln(r/a) / \ln(b/a)]$$

Desenvolvendo as equações [8], [9] e [10], obtêm-se :

$$\text{Tensão térmica radial : } \sigma_r = \frac{E \cdot \alpha}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1 + \nu}{r^2} \left[\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr - \int_a^r T \cdot r \cdot dr \right]$$

$$\sigma_r = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 \cdot (r^2 - a^2)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - \ln(r/a) \right]$$

$$\text{Tensão térmica circunferencial : } \sigma_\theta = \frac{E \cdot \alpha}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1 + \nu}{r^2} \left[\frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T \cdot r \cdot dr + \int_a^r T \cdot r \cdot dr - T \cdot r^2 \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 \cdot (r^2 + a^2)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [1 + \ln(r/a)] \right]$$

$$\text{Tensão térmica longitudinal} : \sigma_l = \frac{E.\alpha}{1-\nu} \left[\frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b T.r.dr - T \right]$$

$$\sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{2.b^2}{b^2 - a^2} .\ln(b/a) - [1 + 2.\ln(r/a)] \right]$$

Soma de tensões térmicas

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2(r^2 - a^2)}{r^2(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - \ln(r/a) \right] +$$

$$+ \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2.(r^2 + a^2)}{r^2.(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - [1 + \ln(r/a)] \right]$$

$$\Rightarrow \sigma_r + \sigma_\theta = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{2.b^2(r^2 - a^2)}{r^2(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - [1 + 2.\ln(r/a)] \right]$$

$$\sigma_r + \sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2(r^2 - a^2)}{r^2(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - \ln(r/a) \right] +$$

$$+ \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{2.b^2}{b^2 - a^2} .\ln(b/a) - [1 + 2.\ln(r/a)] \right]$$

$$\sigma_r + \sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2(3.r^2 - a^2)}{r^2(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - [1 + 3.\ln(r/a)] \right]$$

$$\sigma_\theta + \sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2.(r^2 + a^2)}{r^2.(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - [1 + \ln(r/a)] \right] +$$

$$+ \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{2.b^2}{b^2 - a^2} .\ln(b/a) - [1 + 2.\ln(r/a)] \right]$$

$$\sigma_\theta + \sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2.(3.r^2 + a^2)}{r^2.(b^2 - a^2)} .\ln(b/a) - [2 + 3.\ln(r/a)] \right]$$

Deformações térmicas

Como o equipamento está livre para expandir, temos :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_l)]$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot \left[\left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 (r^2 - a^2)}{r^2 (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - \ln(r/a) \right] \right] - \right. \\ \left. - \nu \cdot \left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 \cdot (3 \cdot r^2 + a^2)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [2 + 3 \cdot \ln(r/a)] \right] \right] \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_r = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \left[\frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \cdot \left[(1 - 3 \cdot \nu) - \frac{a^2}{r^2} (1 + \nu) \right] + \frac{1}{\ln(b/a)} [\ln(r/a) \cdot [3 \cdot \nu - 1] + 2 \cdot \nu] \right]$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\theta - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_l)]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot \left[\left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 \cdot (r^2 + a^2)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [1 + \ln(r/a)] \right] \right] - \right. \\ \left. - \nu \cdot \left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{b^2 (3 \cdot r^2 - a^2)}{r^2 (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [1 + 3 \cdot \ln(r/a)] \right] \right] \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_\theta = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \left[\frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \cdot \left[(1 - 3 \cdot \nu) + \frac{a^2}{r^2} \cdot (1 + \nu) \right] - \frac{1}{\ln(b/a)} [(1 - \nu) + (1 - 3 \cdot \nu) \ln(r/a)] \right]$$

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_l - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_r)]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot \left[\left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{2 \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot \ln(b/a) - [1 + 2 \cdot \ln(r/a)] \right] \right] - \right. \\ \left. - \nu \cdot \left[\frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \ln(b/a)} \left[\frac{2 \cdot b^2 (r^2 - a^2)}{r^2 (b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [1 + 2 \cdot \ln(r/a)] \right] \right] \right]$$

RESUMO :

$$\sigma_r = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2(r^2 - a^2)}{r^2(b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - \ln(r/a) \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{b^2.(r^2 + a^2)}{r^2.(b^2 - a^2)} \cdot \ln(b/a) - [1 + \ln(r/a)] \right]$$

$$\sigma_l = \frac{E.\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu).\ln(b/a)} \left[\frac{2.b^2}{b^2 - a^2} \cdot \ln(b/a) - [1 + 2.\ln(r/a)] \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_r = \frac{\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu)} \cdot \left[\frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \cdot \left[(1 - 3.\nu) - \frac{a^2}{r^2} (1 + \nu) \right] + \frac{1}{\ln(b/a)} [\ln(r/a) \cdot [3.\nu - 1] + 2.\nu] \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_\theta = \left[\frac{\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu)} \left[\frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \cdot \left[(1 - 3.\nu) + \frac{a^2}{r^2} \cdot (1 + \nu) \right] - \frac{1}{\ln(b/a)} [(1 - \nu) + (1 - 3\nu)\ln(r/a)] \right] \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_l = \frac{\alpha.\Delta T}{2.(1-\nu)} \left[\frac{2.b^2}{b^2 - a^2} \cdot [1 - \nu.(r^2 - a^2)] - \frac{1}{\ln(b/a)} \cdot [2.\ln(r/a).(1 - \nu) + 1 - \nu] \right]$$

10.2 - TENSÕES E DEFORMAÇÕES MECÂNICAS

As tensões e deformações geradas pela pressão interna atuante podem ser determinadas pelas expressões abaixo.

Tensões devido a pressão :

$$\sigma_r = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \quad / \quad \sigma_\theta = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \quad / \quad \sigma_l = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2}$$

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) + \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \Rightarrow \sigma_r + \sigma_\theta = \frac{2 \cdot a^2 \cdot p}{b^2 - a^2}$$

$$\sigma_r + \sigma_l = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) + \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \Rightarrow \sigma_r + \sigma_l = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(2 - \frac{b^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta + \sigma_l = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) + \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \Rightarrow \sigma_\theta + \sigma_l = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(2 + \frac{b^2}{r^2}\right)$$

Deformações devido a pressão :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_l)] \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) - \nu \cdot \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(2 + \frac{b^2}{r^2}\right) \right]$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - 2\nu - (1 + \nu) \frac{b^2}{r^2}\right) \right]$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\theta - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_l)] \Rightarrow \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) - \nu \cdot \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(2 - \frac{b^2}{r^2}\right) \right]$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - 2\nu + (1 + \nu) \frac{b^2}{r^2}\right) \right]$$

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_l - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_r)] \Rightarrow \varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} - \nu \cdot \frac{2 \cdot a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \right]$$

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E} \cdot \left[\frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} (1 - 2\nu) \right]$$

10.3 - CONDIÇÕES PARA SOLICITAÇÃO DA ESTRUTURA

Para que o equipamento seja solicitado durante um resfriamento, é fundamental que as relações abaixo sejam alcançadas em algum instante do processo.

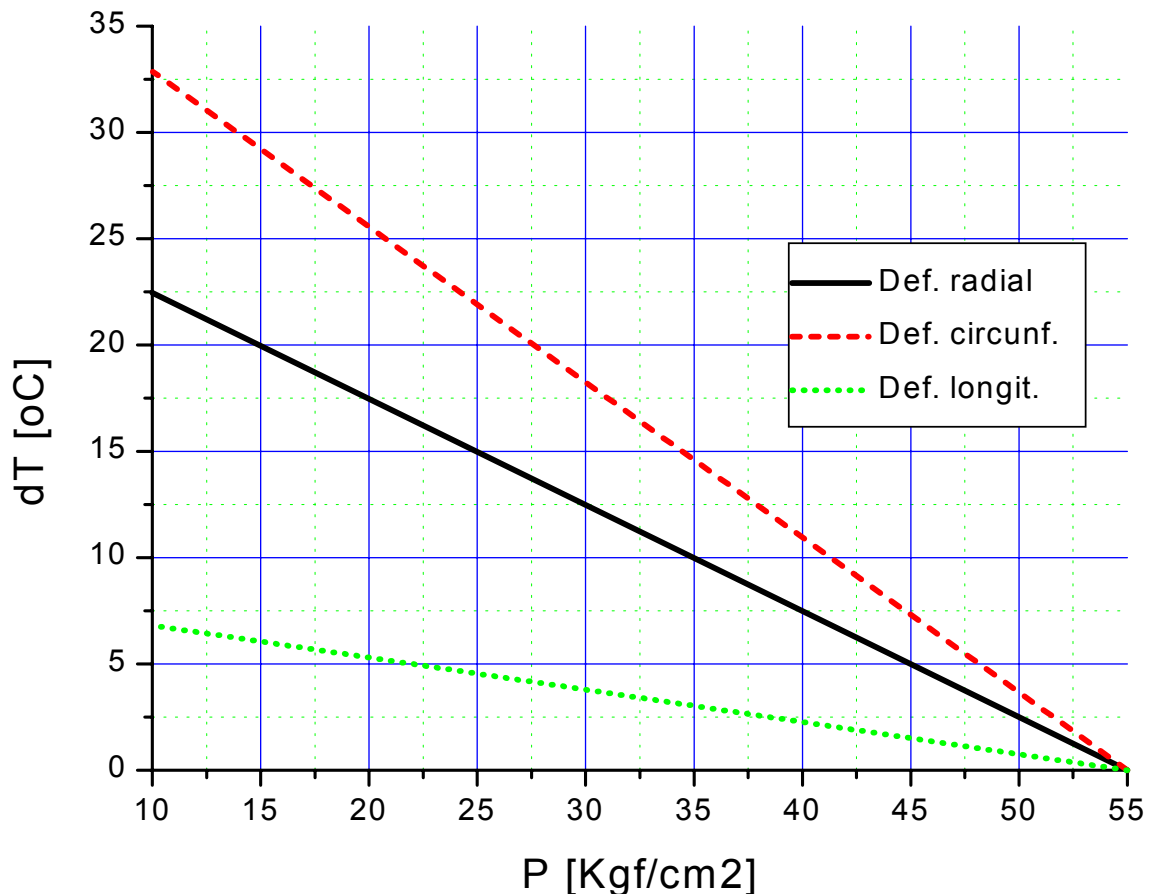
$$\varepsilon_r(\text{resfriamento}) / \varepsilon_r(\text{operação}) > (1 + F)$$

$$\varepsilon_\theta(\text{resfriamento}) / \varepsilon_\theta(\text{operação}) > (1 + F)$$

$$\varepsilon_l(\text{resfriamento}) / \varepsilon_l(\text{operação}) > (1 + F)$$

Onde : F - sobrecarregamento (por ex. : F = 0,1 para uma sobrecarga de 10% em relação à condição original de operação).

O gráfico abaixo mostra a variação de temperatura necessária para compensar a redução da pressão interna no equipamento durante um resfriamento e depressurização.



Verifica-se que as deformações longitudinais, que ativam descontinuidades circunferenciais, são menos dependentes da pressão interna. No entanto, as deformações circunferenciais, que afetam diretamente as descontinuidades